ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Programa de Matemáticas

Estándares de Contenido y Expectativas de grado

En ruta hacia la construcción de un nuevo paradigma educativo

K-12

julio 2014

Concepto artístico
Ludin Bermudez
Reynaldo Santiago

Para uso exclusivo en los talleres intensivos, Julio 2014

ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Estándares de Contenido y Expectativas de Grado de Puerto Rico

(Puerto Rico *Core Standards)*

Programa de Matemáticas
2014

Derechos Reservados
Conforme a la Ley
Departamento de Educación de Puerto Rico

NOTIFICACIÓN DE POLÍTICA PÚBLICA

El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acecho.

NOTA ACLARATORIA

Para propósitos de carácter legal en relación con la Ley de Derechos Civiles de 1984, el uso de los términos maestro, director, supervisor, estudiante y cualquier otro que pueda hacer referencias a ambos géneros, incluye tanto al masculino como al femenino.

TABLA DE CONTENIDO

JUNTA EDITORA ..... **iv**
COLABORADORES ..... **v**
INTRODUCCIÓN ..... **vii**
ESTÁNDARES, EXPECTIVAS E INDICADORES DE GRADO **1**
Kindergarten 3
Primer Grado 6
Segundo Grado 9
Tercer Grado 13
Cuarto Grado 17
Quinto Grado 22
Sexto Grado 27
Séptimo Grado 32
Octavo Grado 38
Noveno Grado 43
Escuela Superior 48
GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO **61**
GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO **95**
SÍMBOLOS MATEMÁTICOS **101**
FÓRMULAS **105**
POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS **129**

ESTADO LIBRE ASOCIADO DE
PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

OFICINA DEL SECRETARIO

ESTÁNDARES Y EXPECTATIVAS DE GRADO 2014

PUERTO RICO CORE STANDARDS

Los retos del siglo XXI requieren que cada día los profesionales del presente y futuro demuestren las competencias, destrezas, actitudes y conocimientos necesarios para atender las necesidades de una economía globalizada. Nuestras acciones en el Departamento de Educación están dirigidas a preparar a nuestros estudiantes para que puedan competir en igualdad de condiciones con otros ciudadanos del mundo, desarrollando en nuestros jóvenes el capital humano y social que será responsable de la transformación de nuestro País.

Los estándares de contenido y las expectativas por grado 2014, *Puerto Rico Core Standards,* representan un currículo de alto rigor que integra los saberes esenciales del profesional del siglo XXI: saber, saber hacer, saber ser y saber convivir. La implementación efectiva de nuestros estándares, junto a diferentes metodologías orientadas a atender las necesidades del aprendiz del siglo XXI, le proveerán a nuestros estudiantes experiencias académicas dentro y fuera de la sala de clases que ampliarán su visión de futuro para que puedan establecer metas a corto, mediano y largo plazo para su transición efectiva y exitosa al mundo del trabajo y la universidad. Para lograr este propósito el Departamento de Educación, trabaja en toda una reforma educativa que va dirigida a atender las necesidades diferenciadas de nuestros estudiantes. Tanto nuestro currículo como nuestros materiales curriculares apoyan la construcción del ser humano integral capaz de transformar nuestra sociedad.

Nuestro currículo les permitirá a los estudiantes identificar sus fortalezas y atender las áreas de oportunidad que los llevarán a desarrollar las competencias necesarias para que sean ciudadanos de éxito. Nuestros estándares están dirigidos a fortalecer el *Perfil del estudiante graduado de escuela superior*, para que cada curso que nuestros estudiantes tomen esté alineado con las destrezas y competencias que nuestros estudiantes tendrán que utilizar una vez concluyan sus estudios en la escuela superior. Se trata de proveerles herramientas para que el futuro de cada uno de ellos se convierta en una infinidad de posibilidades para reenergizar a nuestro pueblo.

El dominio de estos contenidos incluidos en los *Puerto Rico Core Standars* conducirá a nuestros estudiantes a alcanzar grandes metas. Trabajemos para que cada uno de nuestros niños y jóvenes experimenten el éxito en su vida personal y profesional. La educación es la base de la transformación. Exhortamos al maestro puertorriqueño a aceptar el reto para contribuir al desarrollo del estudiante de forma holística y con carácter atemperado a las implicaciones de los cambios sociales y la globalización de nuestros tiempos. Les invitamos a trazar la ruta hacia la verdadera construcción de un nuevo paradigma educativo por ti, ¡por los estudiantes, por Puerto Rico!

Hon. Rafael Román Meléndez
Secretario

JUNTA EDITORA

Prof. Rafael Román Meléndez
Secretario

Prof. Harry Valentín González
Subsecretario para Asuntos Académicos

Prof. Ada Hernández Guadalupe
Directora
Unidad de Estándares y *Assessment*

Dra. Carmen N. Pintado Espiet
Secretaria Auxiliar
Servicios Académicos

Dra. Blanca Estrella Martínez Vallés
Directora
Programa de Matemáticas

COLABORADORES

El Programa de Matemáticas agradece el compromiso y las valiosas aportaciones de todos los educadores que formaron parte del proceso de Revisión Curricular. Sus esfuerzos y conocimientos contribuyeron al desarrollo, revisión y validación del Documento de Estándares Medulares del Programa de Matemáticas.

COMITÉ DE REVISIÓN CURRICULAR

Equipo de Redacción

Kindergarten

Awilda Silva Luciano
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Ponce

Betzaida González Ramos
Coordinadora
Programa Educación para la Niñez
Nivel Central

Vilmary Martes Torres
Maestra de Kinder
Escuela Clemente Ramos de Arellano

Loyda J. Méndez López
Maestra de Kinder
Escuela S. U. Luis Muñoz Rivera

Primero - Tercer Grado

Dra. Glenny Z. Ortiz Santiago
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Barranquitas

Ángel González López
Facilitador Docente
Distrito Escolar de San Sebastián

Brenda I. Morales Serrano
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Vega Alta

Dra. Wanda I. Rivera Rivas
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Guayama

Saúl González Torres
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Arecibo

Cuarto-Sexto Grado

Iria C. Flores Jenaro
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Gurabo

Dra. Daisy Méndez Nieves
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Aguadilla

Janet Dávila Santana
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Fajardo

Daisy Luna Cruz
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Bayamón

Maria C. Mateo Santiago
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Santa Isabel

Elizabeth Rodríguez García
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Yabucoa

Sonia N. García Martínez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Las Piedras

Séptimo - Noveno Grado

Mayra Avilés Vélez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Canóvanas

Maria L. González Rodríguez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar Utuado

Mildred Rodríguez Pomales
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Santa Isabel

William Santiago Lebrón
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Ponce

Cidmarie E. Odiott Ruiz
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Cabo Rojo

Décimo - Duodécimo Grado

Dra. Sandra Álvarez Nazario
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Guayama

Raúl Marrero Luna
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Barranquitas

Jacqueline Carrillo Medero
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Canóvanas

Dr. Julio Montes De Oca
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Aguadilla

Lidyana López Díaz
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de San Juan II

Tomás Colón Dorta
Facilitador Docente
Distrito Escolar de Camuy

Soraya Lagares Nazario
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Mayaguez

Iris A. Quiñones Méndez
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Carolina

Equipo de Validación

Kindergarten a Tercero

Jenyffer Albelo Oliveras
Facilitadora Docente
Distrito Escolar de Vega Alta

Dr. Fernando Herrera Martínez
Catedrático
Departamento de Matemáticas
UPR, Recinto de Arecibo

Dr. Reinaldo Soto López
Catedrático
Departamento de Matemáticas
UPR, Recinto de Arecibo

Pedro Villafañe Rivera
Facilitador Docente Retirado

Cuarto-Sexto Grado

Dr. Joaquin Padovani Vargas
Catedrático
Departamento de Matemáticas
UIPR, Recinto de San Germán

Myriam I. De León Gabriel
Maestra
Escuela Antonio Vélez Alvarado

María Torres Alvarado
Maestra
Escuela Agapito Rosario

Aileen Velásquez
UPR, Recinto de Rio Piedras

Rosario Cortés
Maestra Retirada

Wanda Ávila Ocasio
Facilitadora Docente Retirada

Séptimo - Noveno Grado

Prof. José Figueroa Agrón
UPR
Recinto de Mayagüez

Lydia Reyes Torres
Maestra de Matemáticas
Escuela Pablo Casals

Melissa Ramos Trinidad
Maestra de Matemáticas
Escuela Educación Bilingüe de Cidra

Wilfredo Maisonave
Director
Escuela Ramón Ávila

Décimo - Duodécimo Grado

Elimarie Espada
Maestra de Matemáticas
Escuela José N. Gándara

Edwin Benvenutti Justiniano
Maestro de Matemáticas
Centro Residencial de Oportunidades Educativas
CROEM

Héctor Otaño Vega
Maestro de Matemáticas
Escuela especializada en Ciencias y Matemáticas
Brígida Álvarez Rodríguez

Dr. Luis Cáceres Duque
Catedrático
Departamento de Matemáticas
UPR, Recinto de Mayagüez

Dr. Omar Colón Reyes
Director
Departamento de Matemáticas
UPR, Recinto de Mayagüez

Dr. Arturo Portnoy
Catedrático
Departamento de Matemáticas
UPR, Recinto de Mayagüez

Dra. Melinda S. González
Facilitadora Docente Educación Especial
Distrito Escolar de Guayama

Juan Maldonado Toledo
Facilitador Docente Retirado

Manuel Sevilla Estella
Facilitador Docente Retira

INTRODUCCIÓN

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación constituye un componente fundamental y dinámico del Sistema Educativo Puertorriqueño. En su función de responder a las necesidades y exigencias de la sociedad contemporánea, comparte la misión de contribuir a formar un ser humano educado, capaz de entenderse a sí mismo y a la sociedad en que vive. El Programa aspira a reestructurar el proceso de enseñanza de las Matemáticas con una nueva visión que atienda las necesidades de los estudiantes del Sistema. Entre estas se destacan las siguientes:

1. Entender y aprender a usar el conocimiento matemático en todos los ámbitos de la vida. La educación es un proceso en constante ajuste y cambio, cuyo fin es mantener el equilibrio en una sociedad en continua transformación (Tye, 1991). Esta situación plantea la oportunidad que debe tener todo estudiante de aprender matemáticas para transferir ese conocimiento a situaciones reales de su vida (Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, 2000); esto es, debe conocer la utilidad del conocimiento matemático en la solución de situaciones comunes y complejas de su vida cotidiana.

2. Comprender la complejidad tecnológica de la comunicación, cuestionar, asimilar información y trabajar en equipo solidariamente. El nuevo valor económico de la información es solo uno de los factores que propician una pronta reestructuración de modelos educativos fundamentados en los principios de la anterior era industrial: masificación, especialización, líneas de producción y otros. Es necesario establecer el balance entre la información gráfica y la textual en modos modernos de procesamiento de información que usen tecnología avanzada (Concilio Nacional de Maestros de Matemáticas, NCTM por sus siglas en inglés, 2000). La NCTM expone que los estudiantes deben prepararse para comprender la complejidad tecnológica de la comunicación, cuestionar, asimilar, información y trabajar en equipo solidariamente.

3. Asegurar el acceso a la cultura matemática dentro del sistema escolar. La sociedad requiere de un sistema escolar que asegure a todos la oportunidad de poseer una cultura matemática, de ampliar su aprendizaje y tener igualdad de oportunidades para aprender, con el fin de desarrollar ciudadanos bien informados, capaces de comprender los continuos cambios de una sociedad tecnológica (NCTM, 2000).

4. Desarrollar destrezas que capaciten al ciudadano para los procesos diarios de la toma de decisiones. La matemática es un instrumento para pensar, valorar y entender nuestro entorno.

En esta sociedad, trabajar pensando críticamente es más importante que trabajar con mayor esfuerzo físico. Por consiguiente, se necesitan ciudadanos preparados para:

- Solucionar problemas no convencionales
- Razonar lógicamente
- Transferir lo aprendido a situaciones nuevas
- Asimilar los cambios tecnológicos y sociales
- Tomar decisiones adecuadamente
- Trabajar en equipo
- Ejercitar el auto aprendizaje.

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación constituye un componente fundamental y dinámico del Sistema Educativo Puertorriqueño. En su función de responder a las necesidades y exigencias de la sociedad contemporánea, comparte la misión de contribuir a formar un ser humano educado, capaz de entenderse a sí mismo y a la sociedad en que vive. El programa aspira a restructurar el proceso de enseñanza de las Matemáticas con una nueva visión que atienda las necesidades de los estudiantes del Sistema.

Visión del Programa de Matemáticas

El Programa de Matemáticas visualiza al estudiante como un ser humano integral capaz de enfrentarse a la vida con una conciencia crítica que lo capacite para enfrentarse a los cambios y tomar decisiones adecuadas en beneficio de la sociedad; esto es, un individuo útil, responsable consigo mismo, que promueva una cultura de respeto, de diálogo y de paz. Esta visión amplía y trasciende la acción de resolver y permite que la solución de problemas sea el medio para el desarrollo de conceptos, ideas y actitudes.

Misión del Programa de Matemáticas

El Programa de Matemáticas del Departamento de Educación tiene como misión fundamental contribuir al desarrollo integral del estudiante, propiciando experiencias de aprendizaje que lo capaciten en el razonamiento para la solución de problemas y toma de decisiones de la vida diaria. El aprendizaje de las Matemáticas proveerá los modelos que faciliten, no solo la comprensión y solución de problemas de naturaleza cuantitativa y espacial, sino que ha de servir de vehículo principal para el desarrollo de las destrezas de pensamiento desde una perspectiva crítica y creativa.

Enfoque curricular

El Programa de Matemáticas reconoce los desafíos de aprendizaje a los que se enfrentan los docentes, según la diversidad de intereses y necesidades de los estudiantes que conforman la generación del siglo XXI. Entre estos retos se destacan: la habilidad de comunicar efectivamente el significado del porqué; la pertinencia de lo que se está estudiando; la gran cantidad de conceptos que todos los estudiantes deben aprender; así como la variedad de temas que funcionan como piezas interconectadas necesarias para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para enfrentar con éxito estos desafíos, el proceso educativo que guiará las experiencias de aprendizaje en la sala de clases será la estrategia de enseñanza contextualizada con enfoque en la solución de problemas. Esto propone una enseñanza basada en contextos interesantes y pertinentes para el educando, a la vez que lo convierte en un pensador crítico.
Este enfoque centrado en el estudiante busca promover lo siguiente:

1. Mejorar los métodos de enseñanza-aprendizaje contextualizando los mismos.

2. Rediseñar los materiales educativos de acuerdo con los estilos de aprendizaje de los alumnos.

3. Realizar conexiones entre las disciplinas, de manera que los estudiantes puedan integrar y aplicar los conceptos de la materia.

4. Ofrecer mayor pertinencia en el aprendizaje de los estudiantes, ampliando el contexto de su realidad. Este enfoque propicia el desarrollo de las destrezas del siglo XXI tales como: pensamiento crítico, creatividad, innovación, colaboración y trabajo en equipo, atemperando sus necesidades a la nueva economía globalizada.

5. Mantener el rigor en los cursos, ofrecer ejemplos y actividades del mundo real con aplicaciones, de modo que permita actualizar el conocimiento del estudiante.

Según plantean Guzmán y Cuevas (2004)[1], las matemáticas tienden a ejercerse de una forma rutinaria y descontextualizada. Cuando a los estudiantes se les propone resolver un problema no rutinario o la solución no obedece al esquema en el cual es enseñado, aplican los algoritmos de manera mecánica, llegan a soluciones inverosímiles y son incapaces de ver el error. Según la teoría del aprendizaje contextual, este tiene lugar solo cuando el alumno procesa información y conocimientos nuevos, de tal manera que le da sentido en su marco de referencia. Su mente busca en forma natural el significado del contexto, asimilando relaciones que tengan sentido y parezcan ser útiles. El docente por su parte, debe diseñar experiencias de aprendizaje que incorporen diferentes actividades de experiencias sociales, culturales, físicas y psicológicas, dirigidas a los resultados de aprendizaje deseados (Heckman y Weissglass, 1994[2], Gadanidis, 1994[3], Quintero, 2010[4], Sere, 1992[5]).

De igual forma, esta estrategia de enseñanza contextualizada debe estar enmarcada en el enfoque de **solución de problemas**. Al analizar las mejores prácticas internacionales en países como Singapur, Finlandia y Japón se observa un factor común: todas enfocan su atención en que los estudiantes desarrollen un entendimiento matemático profundo, definido como el equilibrio apropiado entre la compresión de conceptos y destrezas de procedimiento así como la solución de problemas, con especial énfasis en la aplicación. Por ejemplo, según la metodología de la Matemática en Singapur, la solución de problemas es el centro del aprendizaje matemático. En su marco conceptual se consideran cinco componentes principales que se interrelacionan. Estos componentes son: **conceptos**, **destrezas**, **procesos**, **actitudes** y **metacognición.** Esto ha garantizado que sus estudiantes desarrollen las competencias necesarias para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas.

El Programa de Matemáticas plantea el diseño de un currículo en espiral en el que cada tema sea revisado y aumentado en profundidad de un nivel a otro. Esto permitirá que los estudiantes consoliden los conceptos y habilidades aprendidas, y que desarrollen aún más sus destrezas en la solución de problemas. El desarrollo holístico de este modelo debe contener como indicador clave un enfoque en las actitudes. Para que un estudiante sea exitoso debe desarrollar una actitud positiva hacia las matemáticas, tener confianza para perseverar, y desarrollar la capacidad de controlar su propio pensamiento.

---

[1] Guzmán, S. M., & Cuevas, C. A. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. Educación Matemática, 16 (002), 93-104.

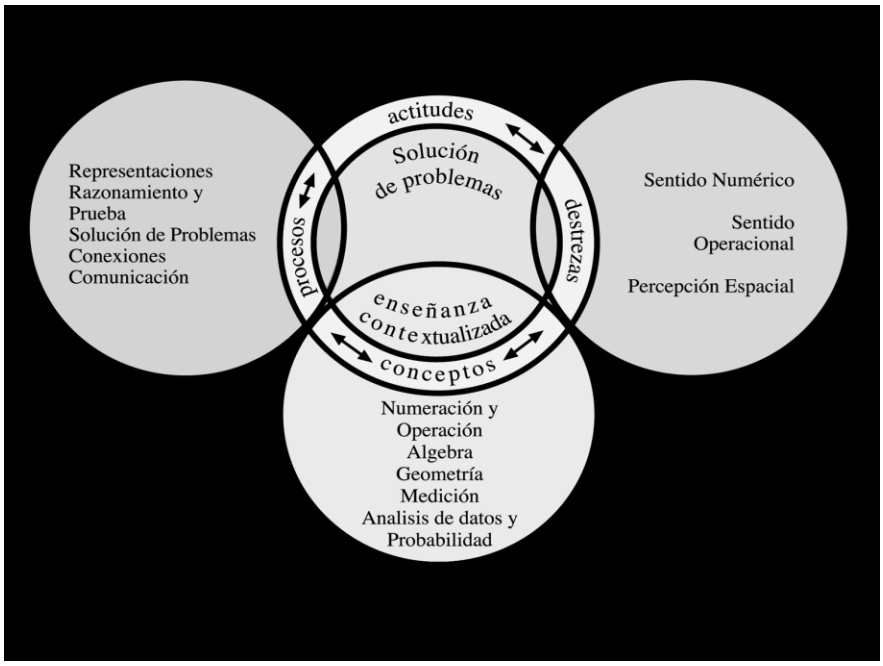
[2] Heckmann, P.E.; Weissglass, J. (1994) Contextualized Mathematics Instruction: Moving beyond recent proposals. *For the learning of Mathematics* 14, 1, 29-33

[3] Gadanidis, G. (1994) Deconstructing Constructivism. *The Mathematics Teacher* Vol. 87, nº2, 91-94

[4] Quintero, A.H. (2010). Matemática con Sentido: Aprendizaje y enseñanza. San Juan: Editorial de la Universidad de Puerto Rico.

[5] Sere, M-G (1992) Learning by giving and receiving explanations. En: DUIT, R.; GOLDBERG, F.;

Teniendo en cuenta las mejores prácticas identificadas alrededor del mundo como claves del aprendizaje de las matemáticas, se propone el siguiente modelo representativo que incluye la solución de problemas y la enseñanza contextualizada como estrategias de base científica para el desarrollo del currículo.



La meta de la educación en el **s**iglo XXI no es simplemente el dominio del conocimiento**,** sino el dominio del aprendizaje (Centro para la Tecnología Especial Aplicada, CAST, 2008)[6]. Es importante el desarrollo de un currículo que reduzca las barreras de aprendizaje y proporcione apoyo para alcanzar las necesidades individuales de todos los aprendices. Una gran visión que complementa el Modelo para la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas (Figura 1) es el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).

El DUA establece un conjunto de principios para desarrollar el currículo, de manera que tenga espacio la diversidad, y en los que las tecnologías puedan tener un lugar relevante para proporcionar respuestas didácticas para todos los estudiantes, brindando igualdad de oportunidades para aprender (CAST, 2011)7.

La presencia del Diseño Universal para el Aprendizaje en el ámbito educativo ha generado gran interés. Recientemente, este diseño fue definido en el Acta para la Educación Superior de Estados Unidos (Higher Education Opportunity Act) como "un marco científicamente válido para guiar la práctica educativa" el cual:

(A) proporciona flexibilidad en las formas de presentar la información a los estudiantes, las formas de responder o demostrar conocimientos y habilidades, y en las formas en las que los estudiantes se pueden implicar en este proceso, y

(B) reduce las barreras en la enseñanza, ofrece adaptaciones apropiadas, apoyos, retos y mantiene altas expectativas de logro para todos los estudiantes, incluidos los estudiantes con discapacidades y estudiantes con dominio limitado del inglés'' (US Department of Education, 2008, p. 24)8.

El DUA ayuda a estar a la altura del reto de la diversidad sugiriendo materiales de instrucción flexibles, técnicas y estrategias que den poder a los educadores para atender y reconocer estas múltiples

---

[6] Centro para la Tecnología Especial Aplicada (208). Guía para el Diseño Universal del Aprendizaje, Versión 1.0. Recuperado de http://web.uam.es

[7] CAST (2011) *Universal Design for Learning guidelines version 2.0.* Wakefield, MA: Author. Recuperado de http://www.cast.org/udl/index.html

[8] US DEPARTMENT OF EDUCATION (2008). *Higher Education Opportunity Act*, Sect.103, p.24. Recueprado de http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/naciqi.html

necesidades. De esta manera, garantizamos una educación inclusiva en la que el conocimiento está al alcance de todos los estudiantes sin importar sus limitaciones ya sean físicas o intelectuales.

Así pues, el Programa de Matemáticas, consciente de la diversidad e inspirado en los planteamientos de una metodología educativa y un diseño que esté a la altura de los estudiantes del siglo XXI, proporcionará oportunidades de aprendizaje mediante un currículo inclusivo y eficaz para todos los estudiantes.

A. PROCESOS Y COMPETENCIAS FUNDAMENTALES DE MATEMÁTICAS

En los Estándares de Matemáticas se describen varias destrezas que los maestros de esta materia de todo nivel deben desarrollar en sus estudiantes. Estas se basan en "procesos y destrezas" de gran importancia en la enseñanza de las Matemáticas. Primero encontramos los estándares de procesos para la resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, representación y relaciones. Luego encontramos las categorías de dominio descritas en el informe del Consejo Nacional de Investigación *Adding It Up*: razonamiento adaptativo, dominio estratégico, comprensión conceptual (comprensión de conceptos, operaciones y relaciones matemáticas), fluidez de procedimientos (habilidad para desarrollar procedimientos de manera flexible, con precisión, eficacia y de modo adecuado) y actitud productiva (inclinación habitual a percibir que las matemáticas son útiles, que valen la pena, y a estar comprometidos con aplicarse y ser eficaces).

A continuación, se describen los procesos y competencias fundamentales que se aspira desarrollar a través del currículo de Matemáticas:

Al egresar el estudiante de la escuela hacia los estudios postsecundarios y el mundo profesional:	**Descripción**
1. Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.	Los estudiantes que dominan las matemáticas empiezan por explicarse a sí mismos el significado de un problema y buscan maneras de comenzar a resolverlo. Analizan la información disponible, las restricciones, las relaciones y los objetivos. Forman conjeturas acerca de la forma y el significado que puede tener la solución, y piensan en un proceso para llegar a la solución en lugar de tratar de solucionar el problema desde el comienzo. Tienen en cuenta problemas análogos y ensayan casos más sencillos y ejemplos más simples del problema original para explorar algunas vías de resolución. Controlan y evalúan su progreso y, de ser necesario, buscan otra vía. Según el contexto del problema, los estudiantes mayores pueden transformar expresiones algebraicas o cambiar la configuración de pantalla en su calculadora gráfica con el fin de obtener la información que necesitan. Estos

	estudiantes que dominan las matemáticas están en condiciones de explicar correspondencias entre ecuaciones, descripciones verbales, tablas y gráficas, dibujar diagramas de características y relaciones importantes, graficar datos y buscar tendencias o regularidades. Los estudiantes más jóvenes pueden buscar apoyo usando objetos concretos o imágenes para ayudarse a conceptualizar y resolver problemas. Los estudiantes más avanzados verifican sus respuestas usando otros métodos y se preguntan constantemente: "¿Esto tiene sentido?". Ellos pueden comprender el enfoque de otras personas para resolver problemas complejos e identificar correspondencias entre diferentes perspectivas.
2. Razona de manera concreta y semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.	Los estudiantes que dominan las matemáticas le encuentran sentido a las cantidades y sus relaciones en el contexto de un problema. Usan dos destrezas complementarias en problemas que involucran relaciones cuantitativas: la habilidad para *descontextualizar*; es decir, abstraer una situación dada y representarla simbólicamente, y manipular los símbolos como si tuvieran vida propia sin prestarle atención necesariamente a sus referentes; y la habilidad de *contextualizar*, hacer las pausas necesarias durante el proceso de manipulación con el fin de penetrar en los referentes de los símbolos involucrados. El razonamiento cuantitativo incluye el hábito de crear una representación coherente del problema en cuestión, tener en cuenta las unidades involucradas, prestar atención al significado de las cantidades y no solamente calcularlas, y conocer y usar diferentes objetos y propiedades de las operaciones con flexibilidad
3. Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.	Para construir argumentos, los estudiantes que dominan las matemáticas conocen y usan supuestos explícitos, definiciones y resultados previos. Hacen conjeturas y construyen una progresión lógica de planteamientos para explorar la veracidad de sus conjeturas. Son capaces de analizar situaciones descomponiéndolas en casos, y pueden reconocer y usar contraejemplos. Justifican sus conclusiones, se las comunican a los demás y responden a los argumentos de otras personas. Razonan de manera inductiva acerca de los datos, y construyen argumentos viables que tienen en cuenta el contexto de donde provienen dichos datos. También son capaces de comparar la eficacia de dos argumentos posibles, diferenciar lógicas o razonamientos correctos de aquellos que presentan fallas, y si existen fallas en un argumento, explicar cuáles son. Los estudiantes de escuela elemental pueden construir argumentos usando referentes concretos, como objetos, dibujos, diagramas y acciones. Dichos argumentos pueden tener sentido y estar correctos, aunque no sean generales y no se formalicen sino en los grados siguientes. Más adelante, los estudiantes aprenden a determinar los dominios en que es aplicable un argumento. En todos los grados, los estudiantes pueden escuchar o

	leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido y formular preguntas útiles para aclararlos o mejorarlos.
4. Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos.	Los estudiantes que dominan las matemáticas pueden aplicar sus conocimientos para resolver problemas que se presentan en la vida diaria, la sociedad y el trabajo. En los primeros grados, esto puede ser algo tan simple como escribir una ecuación de suma para describir una situación. En los grados intermedios, un estudiante podría aplicar el razonamiento proporcional para planear un evento escolar o analizar un problema de la comunidad. En la secundaria, el estudiante podría usar la geometría para resolver un problema de diseño o usar una función para describir cómo una cantidad de interés depende de otra. Se sienten cómodos haciendo suposiciones y aproximaciones para simplificar una situación complicada, aunque saben que tal vez tengan que revisarla más adelante. Son capaces de identificar cantidades importantes en situaciones prácticas y elaborar un mapa de relaciones usando herramientas tales como diagramas, tablas de dos entradas, gráficas, diagramas de flujo y fórmulas. Pueden analizar esas relaciones matemáticamente para sacar conclusiones. Interpretan rutinariamente sus resultados matemáticos en el contexto de la situación y reflexionan sobre si los resultados tienen sentido, mejorando posiblemente el modelo si este no cumple su propósito.
5. Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluye la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.	Los estudiantes que dominan las matemáticas piensan en todas las herramientas que tienen a su disposición cuando van a resolver un problema. Las herramientas pueden ser lápiz y papel, modelos concretos, una regla, un transportador, una calculadora, una hoja de cálculo, un sistema algebraico computacional, un paquete estadístico o *software* de geometría dinámica. Estos estudiantes están familiarizados con las herramientas apropiadas para su curso o grado, para así tomar decisiones correctas sobre cuál de todas podría ser la más útil; saben cómo las pueden usar y cuáles son sus limitaciones. Por ejemplo, los estudiantes de secundaria que dominan bien las matemáticas, analizan las gráficas de funciones y las soluciones que genera una calculadora gráfica. Detectan los posibles errores estimando estratégicamente y aplicando otros conocimientos matemáticos. Al hacer modelos matemáticos, saben que la tecnología les permite visualizar los resultados de diferentes supuestos, explorar consecuencias y comparar predicciones con los datos. Los estudiantes avanzados de diversos grados son capaces de identificar recursos matemáticos externos que son relevantes como contenidos digitales que se encuentran en algún lugar de la red y los usan para plantear o resolver problemas. Pueden usar herramientas tecnológicas para explorar y profundizar conceptos.
6. Es preciso en su propio razonamiento y	Los estudiantes que dominan las matemáticas buscan comunicarse con precisión con otras personas. Usan definiciones claras cuando discuten con otros y en su propio razonamiento. Explican el significado de los símbolos que escogen, incluido el uso correcto y apropiado del signo

en discusiones con otros.	igual. Se fijan bien cuando especifican unidades de medición y cuando rotulan ejes para clarificar la correspondencia entre cantidades de un problema. Hacen cálculos precisos y expresan bien las respuestas numéricas con el grado de precisión que requiere el contexto del problema. En los grados elementales, los estudiantes elaboran explicaciones cuidadosas para sus compañeros. Cuando llegan a la escuela secundaria, habrán aprendido a analizar afirmaciones y a hacer uso explícito de las definiciones.
7. Discierne y usa patrones o estructuras.	Los estudiantes que dominan las matemáticas observan con cuidado para identificar patrones o estructuras. Por ejemplo, los estudiantes jóvenes podrían darse cuenta de que tres y siete más, es la misma cantidad que siete y tres más o pueden ordenar una colección de figuras según el número de lados que tengan. Más adelante, aprenderán que 7 x 8 es igual al ya conocido 7 x 5 + 7 x 3, como preparación para estudiar la propiedad distributiva. En la expresión $x^2 + 9x + 14$, los estudiantes mayores pueden ver que 14 es 2 ×7 y que 9 es 2 + 7. Reconocen la importancia de las líneas en las figuras geométricas y pueden usar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas. También pueden mirar atrás para obtener una visión general y cambiar su perspectiva. Pueden ver cosas complicadas como algunas expresiones algebraicas, como si se tratara de objetos simples o compuestos por varios objetos. Por ejemplo, pueden ver $5 – 3(x – y)^2$ como 5 menos un número positivo por un cuadrado y darse cuenta de que su valor no puede ser más de 5 para números reales cualesquiera x y y.
8. Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.	Los estudiantes que dominan las matemáticas se dan cuenta si hay cálculos que se repiten y buscan métodos generales y atajos. Los estudiantes de los últimos grados de la escuela elemental podrían darse cuenta que al dividir 25 entre 11 están repitiendo el mismo cálculo una y otra vez, y concluir, por consiguiente, que tienen un decimal periódico. Al observar el cálculo de una inclinación para corroborar constantemente si hay puntos en la recta que pasa por (1, 2) con inclinación 3, los estudiantes de la escuela intermedia podrían abstraer la ecuación $(y – 2)/(x – 1) = 3$. El notar la regularidad en que se cancelan términos al ampliar $(x – 1)(x + 1)$, $(x – 1)(x^2 + x + 1)$, y $(x – 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$ podría llevarlos a la fórmula general para la suma de una serie geométrica. A medida que trabajan para solucionar un problema, los estudiantes que dominan las matemáticas están siempre pendientes del proceso, sin olvidar los detalles. Evalúan constantemente la lógica de sus resultados intermedios.

ESTÁNDARES, EXPECTIVAS E INDICADORES DE GRADO

Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas

Al momento de egresar la escuela, un estudiante preparado para los estudios postsecundarios y el mundo profesional:
1. Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
2. Razona de manera concreta y semiconcreta hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
3. Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
4. Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos del mundo real.
5. Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluida la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
6. Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
7. Discierne y usa patrones o estructuras.
8. Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.

Kindergarten

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la relación entre los números cardinales y las cantidades que estos representan desde 0 hasta al menos 100.**
	K.N.1.1 Cuenta (o cuenta de memoria) números cardinales de uno en uno y de 10 en 10.
	K.N.1.2 Cuenta, lee y escribe números cardinales en forma ascendente y descendente a partir de un número dado.
2.0	**Compara y ordena números cardinales hasta dos dígitos.**
	K.N.2.1 Compara números cardinales hasta dos dígitos (es mayor, es menor o es igual).
	K.N.2.2 Ordena, de forma ascendente y descendente, números cardinales hasta dos dígitos.
	K.N.2.3 Nombra y utiliza los números ordinales (al menos hasta el sexto) para resolver problemas.
3.0	**Construye el significado de la suma y la resta por medio de modelos concretos con totales de 10.**
	K.N.3.1 Representa el concepto de suma y resta de números cardinales hasta 10 para resolver problemas.
	K.N.3.2 Descompone los números cardinales menores o iguales a 10 y utiliza el algoritmo de la suma con dos sumandos.
	K.N.3.3 Aplica el cálculo mental para realizar sumas y restas con fluidez.

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.
4.0	**Reconoce, lee, describe y amplía patrones repetitivos y crecientes.**
	K.A.4.1 Identifica y amplía un patrón con objetos, siluetas, figuras, símbolos, sonidos y/o movimientos en situaciones de la vida diaria.
5.0	**Comprende el concepto de igualdad.**
	K.A.5.1 Identifica y utiliza el signo de igualdad (=) para llegar a conclusiones.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas; utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
6.0	**Reconoce, identifica y nombra formas geométricas en su entorno.**
	K.G.6.1 Nombra, identifica y describe las figuras bidimensionales y tridimensionales sin importar su orientación ni tamaño general.
	K.G.6.2 Ordena y clasifica figuras bidimensionales y tridimensionales por su forma y tamaño.
	K.G.6.3 Describe la posición relativa de un objeto al utilizar el siguiente vocabulario: arriba, abajo, cerca, lejos, a un lado, enfrente de, detrás de, sobre, entre, afuera, adentro y junto a, entre otros.
7.0	**Reconoce, construye y analiza figuras bidimensionales y tridimensionales.**
	K.G.7.1 Clasifica figuras geométricas en bidimensionales o tridimensionales.
	K.G.7.2 Clasifica, reconoce y nombra figuras bidimensionales por su forma y tamaño.
	K.G.7.3 Construye y/o dibuja figuras bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con patrones dados.
	K.G.7.4 Clasifica, reconoce y nombra figuras tridimensionales como: la esfera, el cubo, el cilindro, el cono y la pirámide.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
8.0	**Clasifica, compara y ordena objetos por categorías.**
	K.M.8.1 Identifica, describe, clasifica, compara y ordena hasta tres objetos por: tamaño (grande, mediano o pequeño) y/o peso.
9.0	**Comprende los atributos que se puedan medir (ejemplo: longitud, altitud, peso y tamaño) de los objetos.**
	K.M.9.1 Utiliza unidades no estandarizadas para medir la longitud de un objeto.
	K.M.9.2 Compara, contrasta y ordena objetos o sucesión de eventos que tengan atributos comunes o se puedan medir; utiliza palabras como: el más, el menos, antes, entre y después.
10.0	**Reconoce las relaciones de tiempo.**
	K.M.10.1 Identifica cuál de dos actividades toma más o menos tiempo.
	K.M.10.2 Reconoce el concepto de tiempo y comprende que algunos eventos tienen lugar en el pasado, presente o futuro; determina si un evento sucede en la mañana, tarde o noche.
	K.M.10.3 Identifica las partes del reloj.
	K.M.10.4 Lee e interpreta el reloj (análogo y digital) hasta la hora en punto.
	K.M.10.5 Reconoce la información de un calendario (ejemplo: días de la semana, los meses del año).
11.0	**Reconoce el valor de las monedas.**
	K.M.11.1 Identifica el valor de las monedas (1¢, 5¢, 10¢ y 25¢).
	K.M.11.2 Utiliza monedas de 1¢ y 5¢ para resolver problemas que involucren la suma o la resta.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir, hacer inferencias y predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
12.0 Recopila, organiza y representa datos en gráficas pictóricas y de barra.	
K.E.12.1 Recopila, organiza y representa datos en gráficas pictóricas y de barra al utilizar materiales concretos.	
K.E.12.2 Contesta preguntas relacionada con los datos recopilados.	
13.0 Realiza predicciones para llegar a conclusiones.	
K.E.13.1 Describe sucesos como probables o no probables (usa expresiones como: seguro, probable e imposible)	

Primer Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la relación entre los números cardinales hasta tres dígitos, las cantidades que estos representan y el valor posicional de sus dígitos.**
	1.N.1.1 Cuenta, lee y escribe números cardinales hasta tres dígitos a partir de un número dado.
	1.N.1.2 Determina y escribe el número que va antes, entre y después al utilizar los números cardinales hasta tres dígitos.
	1.N.1.3 Nombra y utiliza los números ordinales hasta el décimo para resolver problemas.
	1.N.1.4 Compara y ordena números cardinales hasta tres dígitos basado en el significado de las centenas, decenas y unidades, y registra el resultado de las comparaciones al utilizar los símbolos **>, =, <**.
2.0	**Números y operaciones con base diez.**
	1.N.2.1 Aplica el valor posicional de un número cardinal hasta tres dígitos para: • representar 10 unidades como una decena. • representar centenas, decenas y unidades. • componer y descomponer números. • representar mediante notación desarrollada.
3.0	**Representa y resuelve problemas de suma y resta con totales hasta 100.**
	1.N.3.1 Resuelve problemas de suma y resta con fluidez.
	1.N.3.2 Resuelve problemas de suma con tres sumandos con fluidez.
	1.N.3.3 Aplica las propiedades (conmutativa y asociativa) de las operaciones como estrategias para sumar y restar. Para sumar 2 + 6 + 4: los dos últimos números se pueden sumar para formar una decena, por lo tanto 2 + 6 + 4 = 2 + 10 = 12 (Propiedad asociativa de la suma). (El estudiante no tiene que conocer ni usar los nombres formales de estas propiedades).
	1.N.3.4 Suma números cardinales de tres dígitos y utiliza diversas estrategias como la suma de un número de dos dígitos y un número de un dígito y la suma de un número de dos dígitos con un múltiplo de 10; usa modelos concretos, dibujos y estrategias basadas en valor posicional, propiedades de las operaciones y/o la relación que hay entre la suma y la resta; relaciona la estrategia con un método escrito y explica el razonamiento empleado.
	1.N.3.5 Relaciona el conteo con la suma y la resta (ejemplo: Contar 2 hacia delante para sumar 2).
4.0	**Identifica y representa fracciones**
	1.N.4.1 Identifica, nombra y representa fracciones unitarias (1/2, 1/4, entre otras).
	1.N.4.2 Representa y compara fracciones como parte de un entero o conjunto con materiales concretos y semiconcretos.
	1.N.4.3 Reconoce, en forma concreta, que al unir todas las partes fraccionarias en que se divide un entero se vuelve a tener el entero.

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios; emplea números, variables y signos para resolver problemas.
5.0	**Reconoce, lee, describe y amplía patrones repetitivos y crecientes.**
	1.A.5.1 Reconoce patrones numéricos, de 2 en 2, 3 en 3 (hasta 30), 5 en 5 y 10 en 10 con números cardinales hasta tres dígitos a partir de un número dado.
	1.A.5.2 Reconoce, lee, describe, identifica, completa y crea patrones de repetición y patrones basados en sí mismos que incluyan: modelos concretos, formas geométricas, movimientos, sonidos y números, y los utiliza en situaciones cotidianas para resolver problemas.
6.0	**Utiliza expresiones y relaciones numéricas para resolver ejercicios y determinar si una ecuación de suma o resta es cierta o falsa.**
	1.A.6.1 Reconoce y aplica el significado de los símbolos +,-,=.
	1.A.6.2 Comprende el significado del símbolo de igualdad y lo utiliza con fluidez. Determina si una ecuación de suma o resta es cierta o falsa.
	1.A.6.3 Determina el número cardinal desconocido en una ecuación de suma o resta al relacionar tres números cardinales (ejemplo: Determinar el número desconocido que hace cierta la ecuación en cada una de estas: 8 +? = 11, 5 = _ – 3, 6 + 6 = _).
	1.A.6.4 Escribe y resuelve expresiones numéricas de situaciones de la vida real que expresen relaciones entre la suma y la resta.
	1.A.6.5 Resuelve problemas que involucren expresiones numéricas de suma y de resta hasta 100 con fluidez
7.0	**Utiliza las propiedades como estrategia para efectuar operaciones.**
	1.A.7.1 Utiliza las propiedades (conmutativa y asociativa) para sumar y restar e incluye la identidad.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas; utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
8.0	**Reconoce, describe, nombra, compara y compone figuras bidimensionales y tridimensionales.**
	1.G.8.1 Identifica, describe, nombra, clasifica, compara, contrasta, dibuja, construye, compone y descompone figuras bidimensionales (cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo) y figuras tridimensionales (cilindro, esfera, pirámide, prisma rectangular, cono y cubo) para representar y detallar el entorno físico.
9.0	**Identifica y traza el eje de simetría en forma concreta y semiconcreta.**
	1.G.9.1 Identifica y traza el eje de simetría en forma concreta (al doblar un papel) y semiconcreta.
10.0	**Reconoce y describe transformaciones en figuras bidimensionales.**
	1.G.10.1 Identifica transformaciones en figuras bidimensionales (rotación).

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
11.0 Reconoce y usa medidas de tiempo.	
1.M.11.1 Lee, escribe e interpreta el reloj (análogo y digital) por lo menos hasta la media hora.	
1.M.11.2 Lee, escribe e interpreta información del calendario (días de la semana y mes).	
12.0 Reconoce e identifica el valor de las monedas hasta 25¢ y determina equivalencias para resolver problemas.	
1.M.12.1 Utiliza diferentes combinaciones de monedas para representar equivalencia y resolver problemas en los que se determine si se puede comprar un artículo a partir de una cantidad monetaria hasta 25¢.	
13.0 Identifica y estima medidas estandarizadas y arbitrarias de longitud (pulgada, pie y metro).	
1.M.13.1 Utiliza medidas arbitrarias y las unidades del sistema métrico (metro) e inglés (pulgada y pie) para estimar y medir longitudes mediante el uso de instrumentos adecuados.	

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir, hacer inferencias y predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
14.0 Recopila, organiza, representa e interpreta datos en gráficas de barra, gráficas pictóricas y tablas para resolver problemas.	
1.E.14.1 Interpreta las partes de una gráfica para resolver problemas.	
1.E.14.2 Recopila, organiza, ordena e interpreta datos al utilizar materiales concretos, láminas y gráficas pictóricas; formula y contesta preguntas simples relacionadas con los datos.	
15.0 Determina la probabilidad de un evento simple.	
1.E.15.1 Realiza experimentos sencillos y predicciones basadas en observaciones y/o la recopilación de datos cuantitativos y materiales concretos.	
1.E.15.2 Determina el suceso más probable a partir de una información dada.	

Segundo Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la relación entre los números cardinales hasta cuatro dígitos, las cantidades que estos representan y el valor posicional de sus dígitos.**
	2.N.1.1. Cuenta, ordena, lee y escribe números cardinales hasta cuatro dígitos a partir de un número dado. Identifica y representa el número cardinal de cuatro dígitos, basado en el significado de las unidades de millar, centenas, decenas y unidades. Representa la respuesta de ordenar y comparar mediante: • una sucesión o patrón. • el uso de los signos de comparación <, >, o =.
	2.N.1.2 Reconoce e identifica los números pares e impares: • Determina si un conjunto de objetos tiene un número de integrantes par o impar (ejemplo: Al parear objetos o contarlos en grupos de 2). • Explica por qué la suma de dos números pares es par y la suma de dos números impares es par.
	2.N.1.3 Aplica el valor posicional de un número cardinal hasta cuatro dígitos para representar unidades de millar, centenas, decenas y unidades. Entiende los siguientes casos especiales: • Se puede decir que 100 es un grupo de diez decenas – llamado una "centena". • Los números 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 se refieren a una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve centenas (con 0 decenas y 0 unidades). • Compone y descompone números cardinales hasta cuatro dígitos. Utiliza la notación desarrollada para representar números cardinales de hasta cuatro dígitos.
	2.N.1.4 Nombra y utiliza los números ordinales hasta el vigésimo para resolver problemas.
	2.N.1.5 Representa números cardinales como longitudes en un diagrama de recta numérica, con los puntos correspondientes a los números 0, 1, 2, …, ubicados a la misma distancia a partir del 0; representa sumas y diferencias de números cardinales hasta 100 en un diagrama de recta numérica.
2.0	**Operaciones con base diez (valor posicional).**
	2.N.2.1 Suma y resta con fluidez números hasta cuatro dígitos al utilizar estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la suma y la resta sin reagrupar y reagrupando.
	2.N.2.2 Realiza sumas de números cardinales por lo menos de cuatros dígitos hasta cuatro sumandos; utiliza estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de la suma (identidad, conmutativa y asociativa).
3.0	**Identifica, expresa, reconoce, representa y utiliza diferentes representaciones para las fracciones y entiende que una fracción *n*/*d* se construye a partir de *n* fracciones unitarias de la forma 1/*d*.**
	2.N.3.1 Identifica, reconoce y escribe diferentes representaciones para fracciones unitarias con materiales concretos y semiconcretos.
	2.N.3.2 Representa y compara fracciones como parte de un entero o conjunto con materiales concretos y semiconcretos.
	2.N.3.3 Identifica y representa las partes de un entero de diferentes formas; utiliza conjuntos o figuras bidimensionales (ejemplo: Dividir rectángulos en dos, tres o cuatro partes iguales,

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
describir las partes usando palabras como *medios, tercios, mitad de, un tercio de,* etc., y describir el entero como dos medios, tres tercios, cuatro cuartos).	
4.0	**Representa y resuelve problemas de suma y resta con números cardinales hasta cuatro dígitos.**

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
2.N.4.1 Representa el proceso de adición y sustracción hasta cuatro dígitos por medio de materiales concretos y representaciones semiconcretas.	
2.N.4.2 Utiliza estrategias para resolver problemas de suma y resta de cuatro dígitos: • materiales concretos y representación semiconcreta, • estimación, • cálculo mental.	
2.N.4.3 Resuelve problemas de suma y resta en situaciones cotidianas: • utiliza la relación inversa entre la suma y la resta para resolver problemas y comprobar resultados, • expresa la respuesta en forma (verbal o numérica).	
5.0	**Comprende e interpreta los arreglos rectangulares como modelos de multiplicación con factores iguales o menores a 5.**
2.N.5.1 Utiliza sumas repetidas para representar y determinar el proceso de multiplicar por medio de: • dibujos, ilustraciones, materiales concretos y semiconcretos, • arreglos rectangulares.	
6.0	**Representa la división como la distribución de objetos en grupos iguales al utilizar materiales concretos y semiconcretos e interpreta y utiliza la resta repetida como una división.**
2.N.6.1 El estudiante reconoce los símbolos de **–** y **÷.** Representa la división con o sin residuo mediante: • uso de dibujos, ilustraciones, • uso de materiales concretos y semiconcretos, • resta repetida, • reconoce y distingue entre los símbolos de **–** y **÷.**	

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.
7.0	**Reconoce, lee, describe, identifica, amplía y crea patrones numéricos y geométricos.**
	2.A.7.1 Reconoce patrones numéricos y geométricos (ejemplo: Cuenta de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100).
	2.A.7.2 Reconoce, describe, identifica, amplia y crea patrones (ascendentes y descendentes) de su diario vivir (ejemplo: Completa tablas basadas en una regla para revelar patrones).
8.0	**Utiliza las propiedades como estrategias para efectuar operaciones (suma, resta y multiplicación) en diferentes contextos.**
	2.A.8.1 Utiliza las propiedades (conmutativa y asociativa) para sumar, restar y multiplicar e incluye la identidad.
9.0	**Aplica el concepto de igualdad.**
	2.A.9.1 Identifica, reconoce y establece relaciones de igualdad. Utiliza palabras, modelos y símbolos para demostrar relaciones de igualdad: geométricas, numéricas y operacionales.
10.0	**Utiliza expresiones y relaciones numéricas para describir cambios cualitativos y cuantitativos.**
	2.A.10.1 Escribe una ecuación para expresar números pares como una suma de dos sumandos iguales, pares o impares.
	2.A.10.2 Utiliza la suma para hallar el número total de objetos que hay ordenados en arreglos rectangulares hasta de 5 filas y 5 columnas; escribe una ecuación para expresar el total como la suma de sumandos iguales.
	2.A.10.3 Investiga y analiza cómo un cambio en una variable afecta a otra variable.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas; utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
11.0	**Identifica y describe las características de las figuras bidimensionales y tridimensionales.**
	2.G.11.1 Identifica, describe, compara ycontrasta figuras bidimensionales y tridimensionales(ejemplo:cubo, pirámide, círculo, triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono) por atributos (lados y ángulos).
12.0	**Reconoce y describe transformaciones en figuras bidimensionales.**
	2.G.12.1 Reconoce y describe transformaciones (traslación y rotación) en figuras bidimensionales.
13.0	**Resuelve problemas al utilizar ideas geométricas relacionadas con el diario vivir.**
	2.G.13.1 Resuelve problemas al utilizar ideas geométricas relacionadas con el diario vivir y con el mundo del trabajo.
	2.G.13.2 Determina si una figura tiene eje de simetría y lo traza.
	2.G.13.3 Identifica en la arquitectura estructuras que tienen eje de simetría y explica por qué determina que tienen o no simetría.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
14.0 Identifica y utiliza unidades estandarizadas de longitud, peso y capacidad.	
2.M.14.1 Estima y mide longitudes al utilizar unidades estándar (pulgadas, pies, centímetros y metros).	
2.M.14.2 Mide la longitud de un objeto y selecciona la herramienta adecuada, como una regla, yarda o cinta métrica.	
2.M.14.3 Usa la suma y la resta hasta 100 para resolver problemas que incluyan longitudes en las mismas unidades.	
2.M.14.4 Describe la relación entre pulgada, pie y yarda, así como la relación entre milímetro, centímetro y metro.	
2.M.14.5 Estima y utiliza las medidas del sistema métrico e inglés para comparar peso (libra y kilogramo) y capacidad (taza y pinta) en ambos sistemas.	
15.0 Reconoce y utiliza las unidades de tiempo.	
2.M.15.1 Lee, escribe e interpreta la hora en relojes análogos y digitales hasta los 5 minutos más cercanos, usando a. m. y p. m., y resuelve problemas cotidianos.	
2.M.15.2 Lee, identifica e interpreta información sobre el calendario.	
16.0 Resuelve problemas con cantidades de dinero hasta el dólar.	
2.M.16.1 Lee, escribe, representa y expresa cantidades monetarias y sus equivalencias; incluye 1¢, 5¢, 10¢, 25¢ hasta el $1.00.	
2.M.16.2 Resuelve problemas que involucren billetes de un dólar y monedas de 1¢, 5¢, 10¢ y 25¢, mediante los símbolos $ y ¢ correctamente.	
17.0 Determina el perímetro y el área al utilizar modelos concretos y semiconcretos.	
2.M.17.1 Determina el perímetro al utilizar modelos concretos y semiconcretos.	
2.M.17.2 Determina el área al utilizar modelos concretos y semiconcretos en cuadriláteros regulares.	

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir, hacer inferencias y predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
18.0 Resuelve problemas que requieren los datos en tablas, gráficas de barras y pictóricas.	
2.E.18.1 Utiliza la información presentada en una tabla, gráfica pictórica o de barra para resolver problemas.	
19.0 Determina la probabilidad de un evento simple.	
2.E.19.1 Realiza experimentos de probabilidad con materiales concretos y datos cuantitativos.	
2.E.19.2 Determina el suceso más probable a partir de una información dada.	

Tercer Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la relación entre los números, las cantidades que estos representan, el valor y lugar posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos.**
	3.N.1.1 Determina y estima la cardinalidad de un conjunto dado e identifica, representa, cuenta, lee y escribe números cardinales hasta cinco dígitos por medio de: • la recta numérica, • modelos concretos y semiconcretos con base 10, • patrones y sucesiones (de 100 en 100, 1,000 en 1,000 y a partir de un número dado), • componer y descomponer números, • redondeo hasta la decena de millar, de la cantidad de decenas y unidades de millar, centenas, decenas y unidades dadas.
	3.N.1.2 Reconoce y utiliza el valor posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos. • Compara y ordena números hasta cinco dígitos en forma ascendente y descendente mediante la recta numérica. • Utiliza la notación desarrollada para representar números hasta cinco dígitos.
2.0	**Interpreta y representa fracciones.**
	3.N.2.1 Identifica, nombra, localiza y representa fracciones, fracciones homogéneas y fracciones equivalentes en partes sombreadas de un entero o un subconjunto de objetos de un conjunto con denominadores hasta 10; utiliza modelos concretos, semiconcretos y la recta numérica.
	3.N.2.2 Determina equivalencia de fracciones y las compara. • Reconoce y forma fracciones equivalentes simples (ejemplo: 1/2 = 2/4, 4/6 = 2/3). Explica por qué son equivalentes las fracciones, utiliza modelos concretos y semiconcretos. • Expresa números cardinales como fracciones y reconoce fracciones que equivalen a números cardinales. • Compara dos fracciones. Escribe los resultados de las comparaciones con los signos >, =, o < y justifica las conclusiones.
3.0	**Estima y resuelve problemas que involucran suma y resta.**
	3. N.3.1 Calcula la suma o la resta de números cardinales hasta cinco dígitos. Estima, resuelve problemas y aplica estrategias para la suma y la resta de números cardinales al reagrupar y sin reagrupar.
	3. N.3.2 Realiza sumas y restas de fracciones homogéneas para resolver problemas.
4.0	**Representa y resuelve problemas que involucran multiplicación y división.**
	3.N.4.1 Demuestra y desarrolla fluidez (cálculo mental) en las combinaciones básicas de multiplicación y división de números cardinales entre 1 y 10: • describe las combinaciones básicas de división a partir de la multiplicación; • utiliza la relación inversa entre la multiplicación y división para llevar a cabo cómputos, comprobar resultados y resolver problemas; • Interpreta los productos y cocientes de números cardinales.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
3.N.4.2 Determina e interpreta cociente de números cardinales: • con dividendos hasta dos dígitos y divisores de un dígito; • resuelve problemas que involucran división de números cardinales.	
3.N.4.3 Determina el número cardinal desconocido en una ecuación de multiplicación o división, al relacionar tres números cardinales.	
3.N.4.4 Aplica la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación y el elemento de identidad para la suma, la resta, la multiplicación y la división en la solución de problemas.	

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios; emplea números, variables y signos para resolver problemas.
5.0	**Reconoce, lee, describe y amplia patrones repetitivos y crecientes.**
3.A.5.1 Identifica, lee y describe patrones numéricos y geométricos (inclusive patrones en las tablas de suma o multiplicación) y los amplia.	
6.0	**Selecciona las operaciones, propiedades y símbolos apropiados para representar, describir, simplificar y resolver expresiones y relaciones numéricas simples.**
3.A.6.1 Representa relaciones entre cantidades en la forma de expresiones, ecuaciones e inecuaciones simples. Resuelve problemas que involucran ecuaciones con una variable.	
3.A.6.2 Identifica, describe, reconoce, crea y establece relaciones de igualdad o desigualdad al utilizar modelos, palabras y símbolos de relación (=, ≠, >, y <). Determina los símbolos operacionales y símbolos de relación apropiados para hacer una proposición cierta.	
3.A.6.3 Utiliza las propiedades como estrategias para efectuar las operaciones básicas.	
7.0	**Resuelve problemas que involucran relaciones entre cantidades.**
3.A.7.1 Resuelve problemas que involucran relaciones entre dos cantidades.	
3.A.7.2 Resuelve problemas de dos pasos al utilizar las cuatro operaciones: • plantea problemas mediante ecuaciones con una variable para representar el valor desconocido; • evalúa las respuestas mediante el cálculo mental, la estimación y el redondeo.	

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
8.0	**Describe compara y reconoce los elementos básicos y atributos de las figuras bidimensionales y tridimensionales.**
3.G.8.1 Identifica y representa puntos, rayos, segmentos, rectas, ángulos y planos. Reconoce y dibuja rectas perpendiculares, paralelas y no paralelas en situaciones matemáticas y del mundo real.	
3.G.8.2 Identifica y clasifica ángulos en agudo, obtuso, recto o llano.	
3.G.8.3 Identifica y clasifica polígonos por el número de lados y ángulos.	
9.0	**Identifica, describe y compara figuras bidimensionales y tridimensionales.**
3.G.9.1 Identifica y compara figuras bidimensionales semejantes y congruentes.	

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
3.G.9.2 Identifica, describe, compara, contrasta y construye figuras tridimensionales (ejemplo: esfera, pirámide, cubo, prisma rectangular) por atributos (caras, aristas y vértices). Compone y descompone figuras para formar otras figuras.	
10.0 Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales.	
3.G.10.1 Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales.	

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
11.0 Selecciona y utiliza las unidades de medida apropiadas y los instrumentos de medición.	
3.M.11.1 Selecciona las herramientas apropiadas de medida (regla, yarda, metro, taza, balanza entre otras) y unidades (del sistema métrico e inglés) y estima y mide la longitud, la capacidad, el peso y la masa de objetos. Determina la unidad de medida apropiada y/o el tamaño en una situación que involucre atributos como: longitud, tiempo, capacidad, o peso/ masa.	
3.M.11.2 Mide y estima el peso de un objeto mediante unidades del sistema métrico e inglés. Suma, resta, multiplica o divide para resolver problemas de un paso sobre peso dados en las mismas unidades.	
12.0 Determina el área y el perímetro de figuras bidimensionales. Relaciona el área y el perímetro con las operaciones básicas.	
3.M.12.1 Relaciona el perímetro y el área. • Determina el perímetro para resolver problemas. • Determina el área para resolver problemas. • Usa cuadrículas para determinar, relacionar y demostrar el perímetro y el área con las operaciones básicas. Establece la diferencia entre las medidas para determinar el perímetro y el área.	
13.0 Reconoce y utiliza las unidades de tiempo.	
3.M.13.1 Lee, escribe e interpreta la hora al minuto más cercano.	
3.M.13.2 Resuelve problemas sobre intervalos de tiempo hasta el minuto.	
14.0 Resuelve problemas con cantidades de dinero.	
3.M.14.1 Resuelve problemas que involucren la suma y resta de dinero	

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
15.0 Formula preguntas, recopila, organiza y representa datos en tablas y gráficas de barra y lineales al utilizar objetos concretos, láminas o dibujos.	
3.E.15.1 Recopila, organiza y representa datos al utilizar objetos, láminas, gráficas de barras y lineales.	
3.E.15.2 Interpreta los resultados y selecciona la gráfica que mejor representa los datos.	
16.0 Realiza experimentos de probabilidad para determinar los resultados posibles.	
3.E.16.1 Determina e interpreta los resultados posibles de un evento.	
3.E.16.2 Resume y representa los resultados de un experimento en tablas o gráficas.	

3.E.16.3 Utiliza los resultados de experimentos simples de probabilidad para predecir eventos futuros.

Cuarto Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la estructura del valor posicional de números cardinales y números decimales hasta el centésimo lugar, y cómo se relacionan los números cardinales y decimales con las fracciones simples.**
	4.N.1.1 Reconoce, lee, escribe, y representa el valor posicional de los dígitos de los números cardinales hasta nueve dígitos (centena de millón) y de decimales hasta la centésima. Compara y ordena números cardinales hasta nueve dígitos (centena de millón).
	4.N.1.2 Compone y descompone números cardinales en notaciones desarrollada por lo menos hasta nueve dígitos (centena de millón) y decimales hasta la centésima.
	4.N.1.3 Estima y redondea números cardinales hasta nueve dígitos (centena de millón) y decimales hasta la centésima, y determina si una estimación o redondeo es razonable o apropiada.
	4.N.1.4 Representa, modela, compara y clasifica fracciones y decimales por medio de representaciones concretas gráficas, pictóricas y numéricas e incluye el uso de fracciones equivalentes.
	4.N.1.5 Compara y ordena dos decimales hasta las centésimas al razonar sobre su tamaño. Reconoce que las comparaciones son válidas solo cuando las dos fracciones o decimales se refieren al mismo entero. Escribe los resultados de comparaciones con los símbolos >,=, o <; justifica las conclusiones, (ejemplo: Utiliza un modelo visual de fracciones).
	4.N.1.6 Reconoce y utiliza las diferentes interpretaciones de fracciones (como parte de un entero, partes de un conjunto, división y razón) en solución de problemas.
	4.N.1.7 Identifica fracciones propias, impropias y números mixtos. Nombra y escribe números mixtos como fracciones impropias y viceversa al utilizar modelos concretos y semiconcretos.
	4.N.1.8 Reconoce y escribe décimas y centésimas en forma fraccionaria y en notación decimal. Encuentra fracciones y decimales equivalentes en la recta numérica. • Representa fracciones y decimales equivalentes como ½ = 0.5, 0.25 =¼, ¾ = 0.75. • Expresa una fracción con denominador de 10 como una fracción equivalente con denominador de 100 y usa esta técnica para sumar dos fracciones con denominadores respectivos de 10 y 100 (ejemplo: Expresa 3/10 como 30/100 y sumar 3/10 + 4/100 = 34/100).
	4.N.1.9 Halla todos los pares de factores para un número cardinal entre el rango 1-100 y reconoce que un número cardinal es múltiplo de cada uno de sus factores. • Determina si un número cardinal dado en el rango del 1-100 es múltiplo de un número dado de un dígito. • Determina si un número cardinal dado en el rango del 1-100 es primo o compuesto.
2.0	**Resuelve problemas que involucran operaciones básicas de los números cardinales y comprende la relación entre operaciones.**
	4.N.2.1 Soluciona problemas de sumas con números cardinales hasta tres sumandos, con reagrupación de múltiples dígitos. Aplica y resuelve problemas de resta con números cardinales hasta cuatro dígitos (millares) al reagrupar.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
	4.N.2.2 Aplica la propiedad conmutativa y la asociativa de la suma y la multiplicación para solucionar problemas.
	4.N.2.3 Utiliza y aplica, en la solución de problemas, los algoritmos para multiplicar un número de hasta cuatro dígitos por un número de un dígito y un número de dos dígitos por un número de dos dígitos al usar estrategias basadas en valor posicional y las propiedades de las operaciones. • Representa y explica el cálculo mediante ecuaciones, matrices rectangulares o modelos de área. • Utiliza estrategias de cómputo mental y de estimación para juzgar la razonabilidad de los resultados.
	4.N.2.4 Al solucionar problemas usa y aplica algoritmos para dividir un número de hasta cuatro dígitos por un divisor de un dígito, mediante estrategias basadas en valor posicional y las propiedades de las operaciones. Usa diferentes modelos y estrategias para representar (ejemplo: Usa ecuaciones, matrices rectangulares, o modelos de área).
	4.N.2.5 Describe el efecto de las operaciones en la magnitud del resultado (números cardinales).
3.0	**Utiliza las operaciones básicas con números decimales y fracciones en situaciones relacionadas con la vida diaria y juzga los resultados de las mismas razonablemente mediante estrategias tales como cómputo mental, redondeo, estimación, y cómputo escrito, entre otros.**
	4.N.3.1 Resuelve problemas que involucran suma y resta de fracciones homogéneas y calcula decimales hasta la centésima en la suma y resta. • Utiliza puntos de referencia para estimar decimales o fracciones en un contexto relevante a su vida diaria. • Revisa y verifica las soluciones para determinar la razonabilidad de los resultados en un contexto relevante a su vida diaria.
	4.N.3.2 Interpreta la suma y resta de fracciones como la unión y separación de partes que se refieren a un mismo entero.
	4.N.3.3 Reconoce y determina fracciones equivalentes a partir de modelos visuales de fracciones.
	4.N.3.4 Descompone una fracción en una suma de fracciones con el mismo denominador en más de una manera; muestra cada composición y descomposición mediante una ecuación. Justifica las descomposiciones, por ejemplo, mediante el uso del modelo visual de fracciones (ejemplo: 3/8 = 1/8 + 1/8 + 1/8; 3/8 = 1/8 + 2/8 ; 2 1/8 = 1 + 1 + 1/8 = 8/8 + 8/8 + 1/8).
	4.N.3.5 Suma y resta números mixtos con denominadores iguales.
	4.N.3.6 Resuelve problemas verbales que involucran suma y resta de fracciones que se refieren al mismo entero y tienen denominadores iguales (ejemplo: Usa modelos de fracciones y ecuaciones para representar el problema), además, calcula la suma y resta de decimales hasta la centésima.

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios; emplea números, variables y signos para resolver problemas.
4.0	**Reconoce, describe y extiende o expande los patrones numéricos y geométricos.**
	4.A.4.1 Usa patrones para hacer generalizaciones y predicciones. • Reconoce y analiza los patrones de figuras geométricas que aumentan el número de lados, cambian su tamaño u orientación. • Extiende patrones de cambios lineales.
5.0	**Reconoce, interpreta y utiliza variables, símbolos matemáticos y las propiedades para escribir y simplificar expresiones.**
	4.A.5.1 Usa símbolos (letras, figuras, cuadros) para representar la cantidad desconocida en una expresión o ecuación (el concepto de variable).
	4.A.5.2 Interpreta y evalúa expresiones matemáticas que usan paréntesis para indicar cuál operación se llevará a cabo primero cuando las expresiones escritas tienen más de dos términos y diferentes operaciones.
6.0	**Resuelve ecuaciones.**
	4.A.6.1 Resuelve relaciones matemáticas mediante el uso de ecuaciones y sus equivalentes. Representa relaciones numéricas al usar variables, expresiones o ecuaciones.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
7.0	**Utiliza el plano cartesiano para representar e identificar puntos, líneas y figuras simples.**
	4.G.7.1 Identifica y representa las coordenadas de pares ordenados en el primer cuadrante. Escribe e interpreta puntos con números cardinales o variables en papel cuadriculado en el primer cuadrante del plano cartesiano.
	4.G.7.2 Representa figuras geométricas en un plano cartesiano (primer cuadrante de acuerdo con sus propiedades).
8.0	**Identifica, compara y analiza atributos de figuras bidimensionales y tridimensionales y describe las mismas de forma oral y escrita.**
	4.G.8.1 Identifica, describe y nombra los siguientes conceptos: radio, diámetro y circunferencia de círculos.
	4.G.8.2 Construye e identifica ángulos rectos, agudos y obtusos de medidas específicas. Clasifica, construye, estima sus medidas y mide ángulos en grado con el transportador.
	4.G.8.3 Identifica: • rectas que se intersectan, paralelas y rectas perpendiculares, y • traza el eje de simetría.
	4.G.8.4 Describe las características de prismas y pirámides. Menciona e identifica la cantidad de caras, vértices y aristas que la componen. Describe si las figuras bidimensionales y tridimensionales son congruentes y semejantes.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
9.0	**Aplica los conceptos de perímetro, área y longitud para seleccionar la unidad de medida más apropiada.**
	4.M.9.1 Determina el área de figuras rectangulares al utilizar unidades de medidas apropiadas.
	4.M.9.2 Distingue y comprende que las figuras que tienen la misma área pueden tener perímetros distintos o que figuras que tienen el mismo perímetro pueden tener áreas diferentes. Reconoce que atributos (como área o forma) cambian o no cambian al cortar y reformar una figura.
	4.M.9.3 Determina y utiliza fórmulas para solucionar problemas que involucran perímetros y áreas de cuadrados y rectángulos.
	4.M.9.4 Determina la unidad de medida apropiada para resolver problemas que involucran longitud, tiempo, capacidad o peso.
	4.M.9.5 Entiende reconoce y aplica los tamaños relativos de las unidades de medida dentro del mismo sistema de medidas (métrico e inglés) e incluye: km, m, cm; kg, g; lb, oz; l, ml; hr, min, seg.
	4.M.9.6 Usa un solo sistema de medición y expresa medidas de una unidad más grande en unidades más pequeñas (ejemplo: Expresa la longitud de una serpiente de 4 pies como 48 pulgadas.) Genera una tabla de conversión para pies y pulgadas e indica el número de pares (1, 12), (2, 24), (3, 36).
	4.M.9.7 Usa las cuatro operaciones para resolver problemas verbales que • involucren distancias, intervalos de tiempo, capacidad, masa de objetos; • impliquen dinero, fracciones simples o decimales; • requieren la expresión de medida dadas en una unidad más grande o en una unidad más pequeña.
	4.M.9.8 Representa las cantidades de medidas mediante diagramas que tengan una escala de medición, como una recta numérica.
10.0	**Mide las propiedades físicas de las figuras irregulares.**
	4.M.10.1 Estima y mide el perímetro, el área y el volumen de figuras irregulares mediante diferentes métodos, tales como manipulativos, dibujos, papel cuadriculado y escalas.
	4.M.10.2 Selecciona el instrumento más apropiado de medida.
11.0	**Realiza conversiones de unidades simples dentro de un mismo sistema de medidas (métrico e inglés).**
	4.M.11.1 Realiza conversiones de unidades de longitud.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
12.0	**Recopila, organiza e interpreta datos numéricos y categóricos. Comunica y representa los hallazgos por medio de tablas y gráficas.**
	4.E.12.1 Recopila sistemáticamente y representa datos en una recta numérica, gráfica (de barra, pictóricas, lineal, circular, diagrama de puntos) y tablas (conteo y frecuencia).
	4.E.12.2 Identifica la moda, la mediana y la amplitud en un conjunto de datos.
	4.E.12.3 Analiza y hace predicciones basadas en gráficas (de barra, pictóricas, lineal, circular, diagrama de puntos) y tablas (conteo y frecuencia) para formular, preguntar y contestar preguntas sobre una situación específica.
	4.E.12.4 Compara e interpreta dos conjuntos de datos relacionados en tablas y gráficas.
	4 E.12.5 Identifica la gráfica apropiada para un conjunto de datos.
	4.E.12.6 Resuelve problemas al utilizar estimación y cómputos entre un conjunto simple de datos.
13.0	**Predice y prueba la probabilidad de que ocurra un evento o experimento simple. Determina el espacio muestral de un evento.**
	4.E.13.1 Predice los posibles resultados en una situación, un evento o experimento simple.
	4.E.13.2 presenta todos los posibles resultados para una situación simple de probabilidad en forma organizada (ejemplo: tablas, diagramas de árbol).

Quinto Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce la estructura del valor posicional de los números cardinales hasta la centena de billón, y de números decimales hasta la milésima. Comprende cómo los números cardinales y los decimales se relacionan con las fracciones.**
	5.N.1.1 Lee, escribe, estima, representa, compara y ordena números cardinales hasta doce dígitos (centena de billón) y decimales hasta las milésimas. • Compone y descompone números cardinales en notación desarrollada hasta doce dígitos (centena de billón de millón). • Compone y descompone números decimales en notación desarrollada a hasta centésimas y milésimas.
	5.N.1.2 Determina el valor posicional de los dígitos de los números cardinales desde hasta doce dígitos (centena de millar de billón) y de los decimales hasta las milésimas. Reconoce que un dígito en un lugar representa 10 veces el valor del lugar a su derecha y $\frac{1}{10}$ del valor que representa el lugar a su izquierda. • Usa sus conocimientos del valor posicional para redondear números cardinales hasta doce dígitos y decimales hasta las milésimas.
	5.N.1.3 Reconoce patrones en el número de ceros que resultan en el producto de multiplicar un número por potencias de 10.
	5.N.1.4 Usa exponentes de números cardinales para indicar potencias de 10.
2.0	**Identifica y representa decimales, fracciones y números mixtos como parte de un todo, de un conjunto y como una división, con modelos concretos, semiconcretos y en la recta numérica.**
	5.N.2.1 Identifica y trabaja con modelos concretos y semiconcretos que representen números decimales hasta la milésima a partir de modelos de fracciones.
	5.N.2.2 Representa y explica la relación entre números mixtos y fracciones impropias. • Reconoce y representa equivalencias entre fracciones. • Compara y ordena fracciones propias y números mixtos en comparaciones de 0, ½ y 1.
	5.N.2.3 Representa un número cardinal como una fracción y determina el recíproco de un número dado.
	5.N.2.4 Expresa la división de dos números cardinales como una fracción al resolver ejercicios y problemas.
3.0	**Efectúa operaciones y resuelve problemas que involucran la suma, la resta, la multiplicación y la división de números cardinales, fracciones y decimales.**
	5.N.3.1 Utiliza cómputos escritos (algoritmos), estrategias de estimaciones, cómputo mental, y los modelos concretos y semiconcretos para resolver problemas de suma, resta, multiplicación y división con los números cardinales de varios dígitos y decimales hasta la centésima.
	5.N.3.2 Determina los totales y las diferencias con fracciones y decimales, y verifica la razonabilidad de los resultados en ambos conjuntos de números.
	5.N.3.3 Halla cocientes, en números cardinal , de números cardinal con dividendos hasta de cuatro dígitos y divisores de dos dígitos, al usar estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la multiplicación y la división.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.

5.N.3.4 Halla los números primos y compuestos de los números cardinales en un rango de 1-100.

5.N.3.5 Resuelve problemas de suma y resta de fracciones que se refieran al mismo entero, incluidos casos con denominadores diferentes. Usa modelos visuales de fracciones y ecuaciones para representar el problema. Usa fracciones de referencia y sentido numérico con fracciones para estimar mentalmente, y evaluar la lógica de las respuestas (ejemplo: Identificar un resultado incorrecto 2/5 + 1/2 = 3/7, observar que 3/7 < ½).

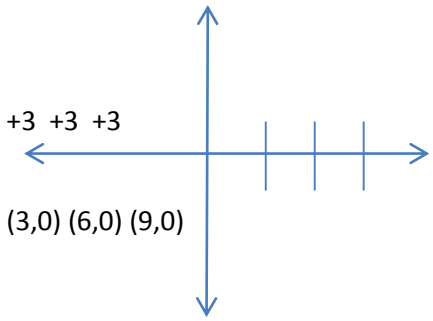
5.N.3.6 Aplica y amplía los conocimientos previos sobre multiplicación para multiplicar una fracción o un número entero por una fracción.

- Interpreta el producto de $\left(\frac{a}{b}\right) * q$ como $\left(\frac{a * q}{b}\right)$ (ejemplo: Usa un modelo visual – bloques y otros – de fracciones para mostrar $\left(\frac{2}{3}\right) * 4 = \left(\frac{2 * 4}{3}\right) = \frac{8}{3}$, y crea una situación para esta ecuación. Hace lo mismo con $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$. En general, comprende que $\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}\right)\left(\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}\right) = \left(\frac{\mathrm{ac}}{\mathrm{bd}}\right)$).
- Halla el área de un rectángulo cuyas medidas son fracciones al utilizar una cuadricula para determinar las unidades cuadradas de longitudes fraccionarias adecuadas en sus lados; muestra que el área es igual la multiplicación de las longitudes de sus lados. Multiplica lados con longitudes fraccionarias para hallar el área de un rectángulo y representar el producto de fracciones como un área rectangular.

5.N.3.7 Resuelve problemas de la vida diaria que involucar en la multiplicación de fracciones y números mixtos (ejemplo: fracciones o ecuaciones para representar el problema).

5.N.3.8 Aplica y amplia los conocimientos previos de división para dividir fracciones unitarias por números enteros y números enteros por fracciones unitarias.

- Interpreta la división de una fracción unitaria por un número entero diferente de cero y calcula los cocientes. (ejemplo: Crea un problema en el contexto de 4 = 4/1 y (1/3) ÷ 4 y usa fracciones para mostrar el cociente. Usa la relación entre la multiplicación y la división para explicar que (1/3) ÷ 4 = 1/12 porque (1/12) 4 = 1/3).
- Interpreta la división de un número entero por una fracción unitaria y calcula los cocientes. (ejemplo: Crea un problema en el contexto de 4 ÷ (1/5) y usa fracciones para mostrar el cociente. Usa la relación entre la multiplicación y la división para explicar que 4 ÷ (1/5) = 20 porque 20 (1/5) = 4 ("×" y "÷" son procesos opuestos).
- Resuelve problemas de la vida diaria que involucren dividir fracciones unitarias por números enteros diferentes de cero y divide números enteros por fracciones unitarias, ejemplo: usando fracciones y ecuaciones para representar el problema. (ejemplo: ¿Cuánto chocolate le corresponde a cada persona si 3 personas comparten 1/2 libra de chocolate en partes iguales? ¿Cuántas porciones de 1/3 de taza hay en 2 tazas de uvas pasas?).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
4.0	**Representa, describe, analiza, amplia y generaliza patrones y relaciones al utilizar lenguaje matemático, variables y ecuaciones en el contexto de la solución de problemas.**
	5.A.4.1 Crea y extiende patrones con números, símbolos o figuras, formas y sucesiones numéricas. Forma dos patrones numéricos al usar dos reglas dadas.
	5.A.4.2 Determina el patrón entre dos pares de coordenadas al aplicar la regla. Ejemplo: 
	5.A.4.3 Representa problemas de la vida diaria y problemas matemáticos al graficar puntos en el primer cuadrante del plano de coordenadas e interpreta los valores de los pares ordenados en el contexto dado.
5.0	**Utiliza las variables en expresiones simples, calcula el valor de la expresión para valores específicos de la variable y representa e interpreta los resultados.**
	5.A.5.1 Utiliza e interpreta fórmulas para contestar preguntas sobre cantidades y sus relaciones.
	5.A.5.2 Utiliza símbolos para representar un número desconocido, escribe y evalúa expresiones algebraicas simples en una variable por sustitución.
	5.A.5.3 Representa relaciones numéricas al usar letras, símbolos en expresiones, ecuaciones y desigualdades.
	5.A.5.4 Utiliza la propiedad distributiva en ecuaciones y expresiones con variables.
	5.A.5.5 Describe situaciones de la vida diaria al utilizar constantes y variables. Representa y evalúa una situación de la vida diaria (expresión verbal) como una expresión algebraica.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
6.0	**Clasifica y describe las figuras bidimensionales para analizarlas.**
	5.G.6.1 Nombra los triángulos por la medida de sus lados y sus ángulos. Clasifica e identifica las propiedades de los triángulos como escalenos, equiláteros, isósceles, rectos, obtusos y agudos.
	5.G.6.2 Describe cómo los atributos de una categoría de figuras bidimensionales también pertenecen a todas las subcategorías de esa categoría (ejemplo: Todos los rectángulos tienen cuatro ángulos rectos y los rectángulos son cuadrilátero, por lo tanto, todos los cuadrados tienen cuatro ángulos rectos).
	5.G.6.3 Nombra y clasifica cuadriláteros por la medida de sus lados. Muestra la relación entre cuadriláteros, rectángulos, cuadrados, rombos y trapezoides mediante el uso de una representación visual al utilizar el diagrama de Venn.
	5.G.6.4 Soluciona problemas con el conocimiento de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180°. Usa el conocimiento de que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° para informalmente probar que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360°.
	5.G.6.5 Identifica el eje de simetría de figuras planas y transformaciones utilizando modelos concretos y el plano cartesiano. • Identifica nombra, clasifica y dibuja segmentos, rectas, rayos, ángulos, líneas paralelas y líneas perpendiculares.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
7.0	**Realiza conversiones de unidades simples dentro del sistema métrico e inglés.**
	5.M.7.1 Reconoce y utiliza los valores equivalentes de las unidades de longitud y sus abreviaturas en el sistema métrico e inglés. Identifica y utiliza los prefijos del sistema métrico.
	5.M.7.2 Resuelve problemas al estimar medidas en unidades métricas e inglesas que involucran conversiones de diferentes medidas estándar dentro de un mismo sistema de medición (cm → m; hrs. → min.). Convierte unidades de longitud y de peso en un solo sistema, como: • Métrico - longitud (m, dm, cm, mm, hm, km), • Inglés - longitud (pulgada, pie, milla); Peso (onza, libra, tonelada).
8.0	**Relaciona el volumen con operaciones de multiplicación y suma, y resuelve problemas del mundo real.**
	5.M.8.1 Halla el volumen de figuras sólidas y aplica sus fórmulas para resolver problemas de la vida diaria. Encuentra la fórmula de volumen al partir de la fórmula del área.
9.0	**Estima y calcula el área y volumen de objetos.**
	5.M.9.1 Distingue entre los conceptos de perímetro, área, longitud y volumen.
	5.M.9.2 Halla y utiliza la fórmula para el área de un triángulo y la compara con la fórmula del área de un rectángulo. Utiliza estrategias de estimación de perímetro, área y volumen de figuras irregulares.
	5.M.9.3 Determina el área de superficie de cubos, prismas y rectangulares al sumar las áreas de los polígonos que los componen.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
10.0 Representa e interpreta datos.	
5. E.10.1 Representa, interpreta y compara la información de una gráfica (barra, pictórica, lineal, circular y diagrama de puntos), y tallo y hoja para contestar preguntas sobre una situación dada.	
5.E.10.2 Hace un diagrama de puntos para mostrar un conjunto de datos de medidas en fracciones de unidad (1/2, 1/4, 1/8).	
5.E.10.3 Construye tablas de frecuencia, gráficas de barra y lineal, y tallo y hoja.	
5.E.10.4 Identifica y determina la media aritmética, la moda y la mediana de un conjunto dado.	
5.E.10.5 Utiliza encuestas, experimentos simples y formula preguntas para llegar a conclusiones.	
11.0 Utiliza la probabilidad para hacer predicciones sobre eventos dados.	
5.E.11.1 Representa los posibles resultados para eventos en forma organizada y expresa la probabilidad.	
5.E.11.2 Predice la probabilidad de eventos futuros.	

Sexto Grado

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Reconoce y aplica el ordenamiento y el valor absoluto de los números enteros.**
	6.N.1.1 Interpreta enunciados de desigualdades como enunciados sobre la posición relativa de dos números en un diagrama de recta numérica (ejemplo: Interpretar –3 > –7 como el enunciado de que –3 se encuentra a la derecha de –7 en una recta numérica orientada de izquierda a derecha). Ordena los números positivos y negativos en una recta numérica.
	6.N.1.2 Reconoce que el valor absoluto de un número entero es su distancia desde 0 en una recta numérica; interpreta el valor absoluto como la magnitud de una cantidad positiva o negativa en una situación de vida diaria (ejemplo: Para un estado de cuenta de –30 dólares, escribir |–30| = 30 para describir el tamaño de la deuda en dólares).
2.0	**Utiliza las potencias y los exponentes, los factores (divisores), los múltiplos, la factorización prima y los números primos para resolver problemas.**
	6.N.2.1 Utiliza y explica las reglas de divisibilidad del 2, 3, 5, 9 y 10.
	6.N.2.2 Determina la factorización prima de un número natural (hasta el 100) y escribe los números como producto de factores primos al usar exponentes. • Explica y aplica el Teorema de la factorización única (conocido también como el Teorema fundamental de la aritmética) para representar números como un producto de factores primos. • Utiliza la factorización prima para hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.
3.0	**Representa y utiliza los números racionales en diversas formas equivalentes (cardinales, enteros, fracciones, decimales y notaciones exponenciales) en situaciones matemáticas y en la vida diaria para resolver problemas.**
	6.N.3.1 Divide números de varios dígitos dividendos de hasta 4 dígitos y divisores de 2 dígitos, al usar el algoritmo estándar.
	6.N.3.2 Resuelve problemas verbales de división de fracciones entre fracciones (ejemplo: usa modelos visuales de fracciones). (ejemplo: Crea una situación para (2/3) ÷ (3/4) y usa un modelo visual de fracciones para mostrar el cociente; usa la relación entre multiplicación y la división para explicar que (2/3) ÷ (3/4) = 8/9 porque 3/4 de 8/9 es 2/3. (En general, (a/b) ÷ (c/d) = ad/bc) ¿Cuánto chocolate le corresponde a cada persona si 3 personas comparten ½ libra de chocolate por igual? ¿Cuántas porciones de3/4 de taza hay en 2/3 de taza de yogur? ¿Cuál es el ancho en el terreno rectangular que tiene por longitud 3/4 de milla y un área de 1/2 milla cuadrada?).
	6.N.3.3 Efectúa con fluidez las operaciones y resuelve problemas que involucran las operaciones básicas con números enteros. Resuelve problemas e incluye aquellos que surgen de situaciones de la vida diaria, que involucran las operaciones con números enteros y fracciones, y expresa la solución en su forma más simple.
	6.N.3.4 Identifica y resuelve situaciones en las que se utilice suma, resta, multiplicación y división de números enteros.
4.0	**Resuelve problemas simples de números enteros.**
	6.N.4.1 Reconoce problemas que contengan la suma de números enteros y los resuelve mediante la recta numérica, patrones, modelos concretos y semiconcretos.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
5.0	**Comprende los conceptos de razón. Utiliza razones para solucionar problemas.**
	6.N.5.1 Comprende una o más razones que representan una comparación dada y expresa las razones por medio de distintas notaciones (a/; a a; a:b).
	6.N.5.2 Comprende el concepto de tasa unitaria a/b que se asocia con una razón a:b donde b ≠ 0, y usa dicho lenguaje en el contexto de una relación entre razones. (ejemplo: Esta receta tiene una proporción de 3 tazas de harina por 4 tazas de azúcar, por lo tanto hay 3/4 de taza de harina por cada taza de azúcar. Nosotros pagamos $75 por 15 boletos, es decir, una tasa de $5 por boleto).
	6.N.5.3 Demuestra las representaciones equivalentes de fracciones y decimales; traduce con fluidez entre estas representaciones (fracción ↔decimal ↔porciento), según un contexto o situación de problema.
	6.N.5.4 Interpreta el concepto de porciento como una razón o proporción de 100. • Reconoce, determina y utiliza porcentajes y decimales equivalentes para representar fracciones comunes (1/2 = 50%, 1/10 = 10%, 1/5 = 20%, 1/4 = 25%, etc.) y demuestra su equivalencia. • Determina el porciento de un número cardinal.
	6.N.5.5 Resuelve problemas de tasa unitaria, incluidos problemas de precio unitario y velocidad constante. (ejemplo: se necesitaron 7 horas para cortar 4 céspedes, entonces a esta tasa, ¿cuántos céspedes se pueden cortar en 35 horas? ¿A qué tasa se están cortando los céspedes?).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
6.0	**Escribe expresiones verbales como expresiones algebraicas y ecuaciones. Evalúa expresiones algebraicas, resuelve ecuaciones simples, grafica e interpreta los resultados.**
	6.A.6.1 Escribe, lee y evalúa expresiones en las que las letras representan números (desarrolla su comprensión del concepto de la variable). • Escribe expresiones que contienen operaciones con números y letras que representen números (ejemplo: Expresar la operación "restar z de 5" como 5 – z). • Identifica partes de una expresión y utiliza términos matemáticos (suma, término, producto, factor, cociente, coeficiente); visualiza una o más partes de una expresión como una sola entidad (ejemplo: Describir la expresión 2 (8 + 7) como el producto de dos factores; visualiza (8 + 7) como una sola entidad y como la suma de dos términos). • Evalúa expresiones con variables de valores específicos. Incluye expresiones que resultan de fórmulas usadas en problemas de la vida diaria. • Intrepreta, escribe y resuelve ecuaciones simples.
7.0	**Evalúa expresiones y ecuaciones al utilizar el orden de las operaciones y potencias.**
	6.A.7.1 Aplica el orden de operaciones para evaluar expresiones algebraicas, incluso potencias
	6.A.7.2 Escribe una desigualdad de la forma $x > c$ o $x < c$ para representar una limitación o una condición en un problema de la vida diaria o problema matemático. Reconoce que las desigualdades de la forma $x > c$ o $x < c$ tienen un número infinito de soluciones; representa las soluciones para tales desigualdades en diagramas de rectas numéricas.
8.0	**Describe las situaciones con constantes o variaciones en las razones de cambio y compara las mismas.**

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
6.A.8.1 Usa variables para representar dos cantidades en un contexto de la vida diaria, que cambian una con respecto de la otra; escribe una ecuación para expresar una cantidad que se llama variable dependiente, en términos de la otra cantidad que se llama variable independiente.	
6.A.8.2 Reconoce la relación entre la variable dependiente y la independiente mediante gráficas y tablas, y las relaciona con la ecuación (ejemplo: En un problema sobre movimiento a una velocidad constante, escribe y grafica los pares ordenados para la distancia y el tiempo, y escribe la ecuación d = 65t para representar la relación entre distancia y tiempo).	
6.A.8.3 Aplica la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva para crear y evaluar expresiones equivalentes.	

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
9.0	**Representa las figuras geométricas a partir de sus medidas y sus propiedades (por medio de dibujos, figuras en cuadrículas o modelos).**
6.G.9.1 Identifica polígonos regulares y no regulares de acuerdo con el número de lados en objetos de la vidia diaria .	
6.G.9.2 Identifica y explica relaciones de ángulos opuestos, por el vértice, adyacentes, complementarios y suplementarios por el vértice.	
6.G.9.3 Representa cuadriláteros y triángulos en el plano cartesiano a partir de la información provista e identifica los vértices con sus pares ordenados en los cuatro cuadrantes.	
6.G.9.4 Dibuja polígonos en un plano cartesiano dadas las coordenadas de sus vértices. Usa coordenadas para determinar la longitud de un lado que comparte puntos con la misma abscisa o la misma ordenada. Aplica situaciones en que se resuelven problemas de la vida diaria y problemas matemáticos incluido el uso de coordenadas y valor absoluto para hallar distancias entre puntos que tienen la misma abscisa o la misma ordenada.	
6.G.9.5 Representa figuras bidimensionales y tridimensionales al utilizar modelos planos formados por rectángulos y triángulos, y usa dichos modelos para hallar el área total de esas figuras. Aplica estas representaciones a situaciones en que se resuelven problemas del mundo real y problemas matemáticos.	
6.G.9.6. Describe y aplica las relaciones de paralelismo, perpendicularidad y simetría en situaciones de la vida diaria.	
10.0	**Identifica las partes del círculo y sus relaciones.**
6.G.10.1 Construye, identifica y define las partes del círculo: radio, cuerda, diámetro, centro circunferencia y arco. Determina la relación entre el diámetro, el radio y la circunferencia.	
11.0	**Identifica y construye ejes de simetría y transformaciones.**
6.G.11.1 Identifica y describe el eje o los ejes de simetría.	
6.G.11.2 Identifica y construye transformaciones con figuras planas: rotación, traslación, reflexión.	

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
12.0	**Distingue entre los contextos de área y longitud; aplica las fórmulas para hallar el perímetro, circunferencia y el área de triángulos, cuadriláteros, círculos y las figuras compuestas por estas figuras.**
	6.M.12.1 Distingue e identifica la unidad apropiada para medidas de longitud y de área.
	6.M.12.2 Estima magnitudes de unidades de medidas en los dos sistemas (inglés y métrico).
	6.M.12.3 Describe y utiliza la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo ($\pi = C\ d$) e identifica y explica las relaciones entre las fórmulas ($C = 2\ \pi\ r$; $A = \pi\ r^2$).
	6.M.12.4 Utiliza fórmulas para hallar el área, perímetro, circunferencia, superficie del área y el volumen. Limita el volumen y el área de la superficie a prismas triangulares, cilindros y sólidos rectangulares.
	6.M.12.5 Determina y estima la longitud, el perímetro, el área, el volumen, la circunferencia, la medida de ángulos, el peso, la hora y la temperatura.
13.0	**Aplica unidades estandarizadas para medir ángulos, triángulos y cuadriláteros.**
	6.M.13.1 Halla el perímetro y el área de figuras compuestas al dividirlas en figuras conocidas (triángulos, cuadriláteros, entre otras).
	6.M.13.2 Determina la relación que existe entre área y perímetro.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
14.0	**Recopila, organiza, calcula y analiza medidas estadísticas para un conjunto de datos.**
	6.E.14.1 Utiliza encuestas, experimentos simples y formula preguntas para interpretar resultados y comunicar conclusiones.
	6.E.14.2 Identifica y calcula las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) y de dispersión (amplitud) para un conjunto de datos numéricos. Interpreta el significado de estas medidas en contexto y explica el efecto de los extremos en cada medida.
	6.E.14.3 Reconoce que una medida de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) para un conjunto de datos numéricos sintetiza todos los valores en un solo número.
15.0	**Formula una pregunta sobre una población pequeña o sobre una comparación entre dos poblaciones pequeñas que puede contestarse por medio de la recolección, representación y análisis de datos.**
	6.E.15.1 Reconoce una pregunta estadística como una que anticipa la variabilidad en los datos relacionados con la pregunta, y que tiene en cuenta dicha variabilidad en la respuesta (ejemplo: ¿Cuántos años tengo yo? no es una pregunta estadística, pero ¿cuántos años tienen los estudiantes de mi escuela? sí es una pregunta estadística porque anticipa que hay variabilidad en las edades de los estudiantes).
	6.E.15.2 Identifica un atributo del cual recopilar datos, decide cómo medir el atributo para responder a la pregunta formulada y determina el proceso de recolección de datos.
	6.E.15.3 Reconoce y describe las diferencias entre datos numéricos y categóricos.
16.0	**Determina la probabilidad teórica y experimental para hacer predicciones sobre eventos dados.**

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
6.E.16.1 Representa e identifica los posibles resultados para eventos de experimentos simples en forma organizada (tablas, diagramas de árbol, gráficas, tallo y hoja histogramas y tablas de frecuencia) y expresa la probabilidad teórica para cada resultado.	
6. E.16.2 Reconoce y aplica la probabilidad de que el evento ocurra. (Los números mayores indican una mayor probabilidad de que el evento ocurra. Una probabilidad cerca de 0 indica pocas probabilidades de ocurrencia; una probabilidad de ½ indica un evento cuya ocurrencia tiene las mismas probabilidades de ocurrir o no ocurrir; y una posibilidad cercana a 1 indica una alta probabilidad de que ocurra el evento).	

Séptimo Grado

Los indicadores identificados con (*+*) *se refieren al contenido del carril avanzado.*

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Desarrolla una comprensión unificada de los números; reconoce las fracciones, decimales (que tienen una representación decimal finita o recurrente) y porcentajes como diversas representaciones de números racionales.**
	7.N.1.1 Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales. Reconoce que los números reales que no son racionales se llaman números irracionales, tales como π y √2, y sabe distinguir entre los dos. Entiende informalmente que todos los números tienen una extensión decimal; muestra que en los números racionales la extensión decimal se repite eventualmente; convierte una extensión decimal que se repite eventualmente en un número racional.
	7.N.1.2 Interpreta, representa y soluciona problemas matemáticos y de la vida diaria que involucran potencias positivas enteras como una multiplicación repetida y potencias enteras negativas como una división repetida, o la multiplicación como inverso multiplicativo y estima, además, raíces cuadradas.
	7.N.1.3 Lee, escribe y compara números racionales en notación científica mediante el uso de potencias de 10 con números enteros (positivos y negativos) e interpreta las aplicaciones de la notación científica en contextos variados que incluyen formatos en instrumentos tecnológicos.
2.0	**Aplica y amplía los conocimientos previos de las operaciones de suma y resta a los números racionales; representa sumas y restas en un diagrama de recta numérica horizontal o vertical.**
	7.N.2.1 Reconoce que p + q es el número ubicado a una distancia |q| de *p*, en dirección positiva o negativa, que depende de qué *q* sea positivo o negativo. Muestra que un número y su opuesto suman 0 (son inversos aditivos). Interpreta las sumas de números racionales en contextos de la vida diaria.
	7.N.2.2 Comprende la resta de números racionales como la suma del inverso aditivo, $p - q = p + (-q)$. Muestra que la distancia entre dos números racionales en una recta numérica es el valor absoluto de su diferencia y aplica este principio a contextos de la vida diaria.
	7.N.2.3 Aplica las propiedades de las operaciones como estrategias para sumar, restar, multiplicar y dividir números racionales; estima y juzga la razonabilidad de los resultados al resolver problemas.
3.0	**Aplica y amplía los conocimientos previos sobre multiplicación y división, y sobre fracciones, para multiplicar y dividir números racionales.**
	7.N.3.1 Comprende que la multiplicación se extiende desde las fracciones hasta los números racionales al requerir que las operaciones cumplan con las propiedades de las operaciones, particularmente la propiedad distributiva, lo que lleva a resultados como (–1)(–1) = 1, y las reglas de multiplicación de números con signos. Interpreta productos de números racionales en contextos de la vida diaria.
	(+) 7.N.3.2 Comprende que los enteros se pueden dividir, siempre que el divisor no sea cero y que todo cociente de enteros (con un divisor diferente a 0) sea un número racional. Si *p* y *q* son enteros, entonces $-(p/q) = (-p)/q = p/(-q)$. Interpreta los cocientes de números racionales describiéndolos en contextos de la vida diaria.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
	7.N.3.3 Convierte un número racional a uno decimal mediante el uso de la división. Reconoce que la forma decimal de un número racional termina en ceros o que finalmente sigue repitiéndose y viceversa.
4.0	**Reconoce y representa relaciones proporcionales entre cantidades.**
	7.N.4.1 Calcula las razones de cambio asociadas con razones de fracciones, incluidas las razones de longitud, áreas y otras cantidades medidas en unidades iguales o diferentes. (ejemplo: Si una persona camina ½ milla en ¼ de hora, calcula la razón de cambio como la fracción compleja 1/2/1/4 millas por hora, equivalente a 2 millas por hora).
	7.N.4.2 Decide si dos cantidades constituyen una relación e identifica la constante de proporcionalidad (razón de cambio) en tablas, gráficas, ecuaciones, diagramas y en descripciones verbales de relaciones proporcionales (ejemplo: Al probar razones equivalentes en una tabla o gráfica en un plano coordenado, y observar si la gráfica es una línea recta que pasa por el origen).
	7.N.4.3 Representa relaciones proporcionales mediante el uso de ecuaciones. (ejemplo: Si el costo total *t* es proporcional al número *n* de objetos comprados a un precio *p*, la relación entre el costo total y el número de objetos se puede representar como $t = pn$).
	7.N.4.4 Escribe y soluciona una proporción con factores de conversión de escalas y medidas, porcentajes y probabilidades de la vida diaria (ejemplo: interés simple, impuestos, aumentos y reducciones de precios, propinas y comisiones, tarifas, aumento y disminución porcentual, y error porcentual).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
5.0	**Usa símbolos, operaciones y gráficas para representar e interpretar situaciones matemáticas y de la vida diaria.**
	7.A.5.1 Usa la terminología algebraica de manera apropiada (variables, ecuaciones, desigualdades, término, coeficiente y constante). • Simplifica expresiones algebraicas.
	7.A.5.2 Traduce frases lingüísticas en frases algebraicas para solucionar problemas.
	7.A.5.3 Evalúa expresiones algebraicas que incluyan números racionales.
	7.A.5.4 Comprende que reescribir una expresión de varias formas en el contexto de un problema, puede servir para aclarar el problema y la manera en que se relacionan sus cantidades (ejemplo: $a + 0.05a = 1.05a$ significa que "aumentar en un 5%" es lo mismo que "multiplicar por 1.05").
	7.A.5.5 Representa relaciones cuantitativas con gráficas e interpreta el significado de un segmento específico de una gráfica.
6.0	**Interpreta la razón de cambio en situaciones matemáticas y de la vida diaria, y reconoce la razón de cambio constante asociada a relaciones lineales.**
	7.A.6.1 Demuestra que la razón de cambio en casos lineales es constante y describe gráficamente la relación proporcional implícita en esta razón de cambio y se representa en la inclinación de la línea.
	7.A.6.2 Interpreta, describe y usa la razón de cambio para modelar situaciones matemáticas y del mundo real. Interpreta el significado de la razón de cambio asociada con incrementos y reducciones en contextos de la vida diaria que involucran tasas, razones y porcentajes.
	7.A.6.3 Interpreta y determina la pendiente (razón de cambio constante) y el intercepto (término constante) de un modelo lineal en el contexto de los datos (algebraicamente, gráficamente, en tablas numéricas o por descripción verbal).
	7.A.6.4 Establece conexiones y traduce entre representaciones equivalentes de relaciones lineales, que incluyen gráficas, tablas, y expresiones verbales para resolver problemas. Establece conexiones entre las soluciones únicas de ecuaciones lineales dadas y las representaciones gráficas, tablas y símbolos que la representan.
7.0	**Resuelve ecuaciones lineales (de uno y dos pasos) mediante el uso de tablas, gráficas y manipulaciones simbólicas.**
	7.A.7.1 Representa y resuelve situaciones matemáticas y de la vida diaria con ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$, donde a, b y c se expresan como fracciones, decimales o números enteros por medio de métodos gráficos simbólicos con y/o sin tecnología.
8.0	**Representa e interpreta inecuaciones en una variable de forma geométrica y simbólica.**
	7.A.8.1 Representa y escribe la solución de una desigualdad de la forma $x > a$, $(x < a)$ y $a \leq x \leq b$ ($a \geq x \geq b$) en una recta numérica.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
9.0	**Formula enunciados generales que relacionan figuras bidimensionales y tridimensionales al usar sus características y propiedades.**
	7.G.9.1 Relaciona y aplica redes para analizar y representar figuras tridimensionales en términos de figuras bidimensionales.
	7.G.9.2 Formula aseveraciones generales que describen las propiedades de los círculos, polígonos, prismas, pirámides, conos, esferas y cilindros.
	(+) 7.G.9.3 Reconoce y aplica las fórmulas para el área y circunferencia de un círculo y las usa para solucionar problemas. Ofrece una explicación informal de la relación entre la circunferencia y el área de un círculo.
10.0	**Identifica, describe y aplica las relaciones de semejanza para hallar las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y aplicar medidas a escala en dibujos y mapas.**
	7.G.10.1 Define e identifica semejanzas en figuras bidimensionales, incluidas las partes correspondientes, la razón de semejanza y las medidas de las partes correspondientes. Determina la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.
	7.G.10.2 Interpreta y resuelve problemas de área y longitudes mediante dibujos a escala, incluidos aquellos que se basan en rectas numéricas, dibujos, modelos, mapas y gráficas para reproducir en la escala.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
11.0	**Convierte e investiga las relaciones entre unidades de medidas.**
	7.M.11.1 Resuelve problemas que involucran razón, velocidad promedio, distancia, tiempo o variación directa.
12.0	**Aplica los conceptos de perímetro, área de superficie y volumen para medir figuras.**
	7.M.12.1 Investiga, establece suposiciones y aplica las fórmulas para determinar el perímetro, el área de figuras bidimensionales básicas (rectángulos, paralelogramos, trapecios, trapezoides y triángulos), el área de superficie y el volumen de figuras tridimensionales (prismas, pirámides y cilindros).
	7.M.12.2 Selecciona la unidad de medida más apropiada para determinar perímetro, área y volumen.
	(+) 7.M.12.3 Formula y aplica las aseveraciones generales relacionadas con cambios de escala en las dimensiones de una figura a cambios en el perímetro, área, circunferencia, área de superficie y el volumen de la figura resultante. • Construye e interpreta dibujos y modelos a escala. • Reconoce que el perímetro, área y volumen se afectan por cambios en la escala.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
13.0	**Compara e interpreta dos grupos de datos relacionados en tablas y gráficas.**
	7.E.13.1 Formula una pregunta simple que involucra dos atributos de los cuales se recopilarán datos. Define una población pequeña en la que los datos se pueden recopilar para contestar una pregunta. Decide cómo medir esos atributos para responder la pregunta y determina el proceso de recopilación de datos.
14.0	**Organiza y resume datos de dos variables, examina los datos de estos atributos y clasifica cada atributo como una variable categórica o numérica.**
	7.E.14.1 Describe y clasifica como variable cuantitativa o cualitativa la distribución de cada atributo por separado mediante las gráficas apropiadas, (incluidos los diagramas de árbol, histogramas y diagramas de caja y bigote).
	7.E.14.2 Identifica, describe y construye gráficas para representar datos de dos variables (tablas para dos variables, diagramas de caja paralela, diagramas de árbol dobles para una variable categórica y una variable numérica; y diagramas de dispersión, con la línea de tendencia apropiada). Explica las ventajas de las diversas formas de representar datos.
	7.E.14.3 Describe la relación entre dos variables y los efectos de los extremos en las relaciones observadas.
15.0	**Interpreta los resultados y comunica las conclusiones de los análisis de datos de dos variables para contestar la pregunta formulada mediante el uso de los símbolos, notación y terminología apropiados.**
	7.E.15.1 Interpreta y comunica las conclusiones de un análisis estadístico en dos variables en el contexto de la pregunta formulada al utilizar la terminología apropiada.
16.0	**Investiga los procesos de probabilidad y desarrolla, usa y evalúa modelos de probabilidad.**
	7.E.16.1 Aproxima la probabilidad de un suceso aleatorio al recolectar datos al azar sobre el proceso que da origen al suceso y predice su frecuencia relativa con el tiempo; predice la frecuencia relativa aproximada, dada la probabilidad (ejemplo: Predecir que al lanzar un cubo numérico 600 veces, pueda que el cubo resulta en 3 o en 6 unas 200 veces, pero no exactamente 200 veces).
	7.E.16.2 Desarrolla un modelo de probabilidad y lo utilizan para hallar la probabilidad de eventos. Compara las probabilidades de un modelo con las frecuencias observadas. Si no concuerdan bien, explica las posibles fuentes de discrepancia.
	7.E.16.3 Desarrolla un modelo uniforme de probabilidad, asignándole la misma probabilidad a todos los resultados posibles y usa el modelo para determinar la probabilidad de otros eventos. (ejemplo: Si se selecciona a un estudiante al azar en una clase, hallar la probabilidad de que María sea la estudiante seleccionada y la probabilidad de que la estudiante seleccionada sea una niña.)
	7.E.16.4 Desarrolla un modelo de probabilidad (que no tiene que ser uniforme) al observar las frecuencias de datos generados por un proceso al azar (ejemplo: Hallar la probabilidad aproximada de que al hacer girar una moneda de un centavo, la moneda resulte en cara o de que un vaso de cartón lanzado al aire resulte boca abajo. ¿Son igualmente probables los resultados de hacer girar la moneda con base en las frecuencias observadas?).
	7.E.16.5 Reconoce que, al igual que con eventos simples, la probabilidad de un evento compuesto es la fracción de resultados del espacio muestral en el cual ocurre el evento .

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
	7.E.16.6 Representa espacios muestrales de eventos compuestos al usar métodos como listas organizadas, tablas y diagramas de árbol. En un evento descrito en lenguaje corriente (ejemplo: "sacar un par de seis"), identifica los resultados para el espacio muestral que compone el evento.
	7.E.16.7 Diseña y utiliza una simulación para generar frecuencias de eventos compuestos. (ejemplo: Usar dígitos aleatorios como herramienta de simulación para aproximar la respuesta a la pregunta: Si 40% de los donantes tienen sangre Tipo A, ¿cuál es la probabilidad de que sea necesario examinar por lo menos *a 4 donantes para que uno sea de Tipo A?*).
17.0	**Entiende que la estadística se puede usar para obtener información sobre una población al analizar una muestra de la población.**
	7.E.17.1 Reconoce que las generalizaciones acerca de una población a partir de una muestra son válidas solo si la muestra es representativa de la población.
	7.E.17.2 Entiende que el muestreo aleatorio tiende a producir muestras representativas y a respaldar inferencias válidas.
	7.E.17.3 Compara estadísticas y parámetros al utilizar medidas de tendencia central y de dispersión con los datos obtenidos de las medidas de tendencia central y dispersión
	(+)7.E.17.4 Evalúa informalmente el grado de superposición visual de dos distribuciones de datos numéricos con variabilidades semejantes, mide la diferencia entre los centros y la expresa como múltiplo de una medida de variabilidad (ejemplo: La estatura media de los jugadores del equipo de básquet es 10 cm mayor que la estatura media de los jugadores del equipo de fútbol, aproximadamente dos veces la variabilidad -desviación absoluta media- de cualquiera de los equipos; en un diagrama de puntos, la separación entre las dos distribuciones de la estatura es notable).
	(+) 7 E.17.5 Observa que los medios de la muestra tienden a acercarse a la media de la población a medida que aumenta el tamaño de la muestra.

Octavo Grado

Los indicadores identificados con (*+*) *se refieren al contenido del carril avanzado.*

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Describe los números reales como el conjunto de todos los números decimales y utiliza la notación científica, la estimación y las propiedades de las operaciones para representar y resolver problemas que involucren números reales.**
	8.N.1.1 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.
	8.N.1.2 Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 = p$ y $x^3 = p$, donde p es un número racional positivo. Estima las raíces cuadradas de cuadrados no perfectos y las raíces cúbicas de cubos no perfectos.
	8.N.1.3 Realiza operaciones con números expresados en notación científica, incluidos problemas en los que se usa tanto la notación decimal como la científica. Usa la notación científica y escoge unidades de tamaño adecuado para medir cantidades muy grandes o muy pequeñas (ejemplo: Usar milímetros por año para expresar la expansión del suelo del mar). Interpreta la notación científica producida por la tecnología (ejemplo: megabits y años luz, entre otros).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
2.0	**Identifica funciones al basarse en el comportamiento de su gráfica y su razón de cambio, y describe funciones al usar la notación y terminología apropiada.**
	8.A.2.1 Reconoce que una función de un conjunto (llamado dominio) a otro conjunto (llamado rango) le asigna a cada elemento del dominio exactamente un elemento del rango. Si f es una función y x un elemento de su dominio, entonces $f(x)$ denota la salida de f que le corresponde a la entrada x. La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$. Determina si una relación es una función a partir de su gráfica y su descripción verbal.
	8.A.2.2 Compara las propiedades de dos funciones y representa cada una de manera diferente (algebraicamente, gráficamente, en tablas numéricas o por descripción verbal; ejemplo: Dada una función lineal representada por una tabla de valores y una función lineal representada por una expresión algebraica, determina qué función tiene la mayor razón de cambio).
	8.A.2.3 Determina si una relación es lineal o no lineal basándose en si tiene o no razón de cambio constante, su descripción verbal, su tabla de valores, su representación gráfica o su forma simbólica. Interpreta que la ecuación y = mx + b define una función lineal cuya gráfica es una recta; produce ejemplos de funciones que no son lineales (ejemplo: La función $A = s^2$, que determina el área de un cuadrado como función de sus lados, no es una función lineal porque la gráfica tiene los puntos (1, 1), (2, 4) y (3,9) que no están en línea recta).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
	8.A.2.4 Relaciona el dominio de una función con su gráfica y, cuando corresponda, con la relación cuantitativa que describe (ejemplo: Si la función h(n) indica el número de personas por hora que se necesitan para ensamblar n motores en una fábrica, entonces los enteros positivos serían un dominio apropiado para la función).
3.0	**Resuelve ecuaciones lineales de una variable.**
	8.A.3.1 Da ejemplos de ecuaciones lineales de una variable con una solución, un número infinito de soluciones o sin solución. Muestra cuál de estas posibilidades se da al transformar sucesivamente la ecuación dada en formas más simples hasta obtener una ecuación equivalente de la forma $x = a$, $a = a$, o $a = b$ (donde a y b son números diferentes).
	8.A.3.2 Construye una función que represente una relación lineal entre dos cantidades. Determina la razón de cambio y el valor inicial de la función a partir de la descripción de una relación o de dos valores (x, y), incluido leer dichos valores en una tabla o en una gráfica. Interpreta la razón de cambio y el valor inicial de una función lineal en términos de la situación que represente y en términos de su gráfica o tabla de valores.
	8.A.3.3 Resuelve ecuaciones lineales con coeficientes numéricos racionales, incluidas ecuaciones cuyas soluciones requieren utilizar y aplicar la propiedad distributiva y combinar términos semejantes.
4.0	**Analiza y resuelve pares de ecuaciones lineales simultáneas.**
	8.A.4.1 Resuelve un sistema que consiste de dos ecuaciones o inecuaciones lineales en dos variables mediante gráficas, tablas, método algebraico y tecnología, y describe la naturaleza de las posibles soluciones (no tiene solución; tiene una solución; tiene infinitas soluciones). Resuelve casos simples mediante la observación (ejemplo: $3x + 2y = 5$ y $3x + 2y = 6$ no tiene solución, porque $3x + 2y$ no puede ser simultáneamente 5 y 6).
	8.A.4.2 Analiza y explica el razonamiento usado para resolver un sistema de ecuación lineal. Entiende que las soluciones para un sistema de dos ecuaciones lineales de dos variables corresponden a los puntos de intersección de sus gráficas porque los puntos de intersección satisfacen a ambas ecuaciones simultáneamente.
	8.A.4.3 Reconoce y resuelve problemas que se pueden representar por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales. Interpreta la solución en términos del contexto del problema.
	8.A.4.4 Resuelve problemas de la vida diaria y problemas matemáticos que involucren dos ecuaciones lineales de dos variables (ejemplo: Dadas las coordenadas para dos pares de puntos, determina si la recta que pasa por el primer par de puntos interseca la recta que pasa por el segundo par de puntos).
5.0	**Identifica ciertas relaciones no lineales y las clasifica en relaciones exponenciales o relaciones cuadráticas, basándose en la razón de cambio en tablas, formas simbólicas o representaciones gráficas.**
	8.A.5.1 Multiplica un par de expresiones lineales e interpreta el resultado de la operación numéricamente por evaluación, por medio de una tabla de valores y gráficamente. • Reconoce que al multiplicar factores lineales produce relaciones no lineales.
6.0	**Representa e interpreta funciones exponenciales y cuadráticas basadas en situaciones matemáticas y de la vida diaria por medio de tablas, formas simbólicas y representaciones gráficas, y soluciona ecuaciones relacionadas con estas funciones.**
	8.A.6.1 Reconoce y aplica las propiedades de los exponentes enteros y racionales para formar expresiones numéricas equivalentes (ejemplo: $z^2 \times z^{-5} = z^{-3} = 1/z^3$).

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
	8.A.6.2 Describe los efectos de los cambios en el coeficiente, la base y el exponente en el comportamiento de una función exponencial. Distingue entre las representaciones generales para ecuaciones exponenciales ($y = b^x$, $y = a(b^x)$) y ecuaciones cuadráticas ($y = -x^2$; $2y = (-x)^2$; $y = x^2$; $y = ax^2$; $y = x^2 + c$; $y = ax^2 + c$) y describe cómo los valores a, b, c afectan su gráfica.
	8.A.6.3 Desarrolla y describe las múltiples representaciones de las soluciones de las ecuaciones cuadráticas y exponenciales por medio de manipulativos, tablas, gráficas, expresiones simbólicas y la tecnología.
7.0	**Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios y polinomios; aplica estas operaciones para analizar el comportamiento gráfico de las funciones polinómicas y aplica la composición y descomposición de funciones para construir modelos y resolver problemas.**
	8.A.7.1 Utiliza la terminología relacionada con expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.
	8.A.7.2 Utiliza la factorización, las propiedades de los exponentes para ejecutar las operaciones básicas de polinomios.
	8.A.7.3 Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas y evalúa las mismas.
	(+) 8.A.7.4 Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrático perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros) y aplica la propiedad del producto igual a 0 para determinar las soluciones de una ecuación.
	(+) 8.A.7.5 Utiliza la función lineal para interpretar, modelar y resolver situaciones que exhiben razón de cambio constante.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
8.0	**Explora y aplica el teorema de Pitágoras para solucionar problemas de medición.**
	8.G.8.1 Prueba el teorema de Pitágoras informalmente al medir el área de rectángulos construidos con los lados de un triángulo rectángulo.
	8.G.8.2 Aplica el teorema de Pitágoras para: • determinar la longitud desconocida de los lados de un triángulo tanto rectángulo en dos dimensiones como en figuras tridimensionales; • hallar la distancia entre dos puntos en un plano de coordenadas.

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
9.0	**Selecciona y aplica técnicas e instrumentos para determinar medidas con un grado apropiado de precisión. Reconoce las fórmulas de volumen de conos, cilindros y esferas, y las usa para resolver problemas de la vida diaria.**

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
8.M.9.1 Determina cómo las medidas son afectadas por los cambios en la escala y las dimensiones de la figura que se mide.	
8.M.9.2 Investiga la relación entre el cilindro y el cono para desarrollar la fórmula de volumen.	
8.M.9.3 Usa coordenadas para calcular perímetros de polígonos y de áreas de triángulos y rectángulos (ejemplo: uso de la fórmula de distancia).	

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
10.0 Formula preguntas que pueden contestarse por medio de la recolección y análisis de datos obtenidos de una encuesta. Evalúa los resultados de una encuesta presentada en los medios de comunicación.	
8.E.10.1 Examina los resultados de las encuestas presentadas en los medios de comunicación; discute y evalúa los métodos utilizados para medir, recolectar y representar la muestra seleccionada.	
8.E.10.2 Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.	
11.0 Determina el espacio muestral de un experimento y emplea la regla de conteo de multiplicación.	
8.E.11.1 Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) al usar las características (o categorías) de los resultados o como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).	
12.0 Resume, representa e interpreta datos de una sola variable continua o discreta.	
(+) 8.E.12.1 Usa la estadística adecuada, según la forma de la distribución de los datos para comparar el centro (moda, mediana, media) y la dispersión (rango intercuartil, desviación estándar) de dos o más conjuntos de datos.	
(+) 8.E.12.2 Interpreta la diferencia de forma, centro y dispersión, según el contexto de los conjuntos de datos, al analizar los posibles efectos de los datos extremos (valores extremos).	
13.0 Analiza datos numéricos en dos variables al representar estos datos con diagramas de dispersión apropiada y traza la línea de mejor ajuste.	
8.E.13.1 Calcula la línea de mejor ajuste (a mano y mediante el uso de tecnología e interpreta el coeficiente de correlación. Diferencia entre correlación y causalidad.	
14.0 Describe la relación entre dos variables y los efectos de los extremos en las relaciones observadas.	
8.E.14.1 Construye e interpreta diagramas de dispersión con datos bivariados (en dos variables) de medición, para investigar patrones de asociación entre dos cantidades. Describe patrones, como agrupación, valor extremo, asociación positiva o negativa, asociación lineal y asociación no lineal.	
15.0 Analiza, resume y compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias y del censo al usar resúmenes estadísticos y una variedad de representaciones gráficas para comunicar sus hallazgos.	
(+) 8.E.15.1 Reconoce y compara estadísticas y parámetros al utilizar las medidas de tendencia central y de dispersión. Observa que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumente.	

(+) 8.E.15.2 Distingue entre métodos de muestreo aleatorio y no aleatorio. Compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias simples de la misma población; discute cómo y por qué los resultados pueden diferir debido a fuentes potenciales de sesgos en las muestras.
(+) 8.E.15.3 Identifica gráficas engañosas.

Noveno Grado

Los indicadores identificados con (+) *se refieren al contenido del carril avanzado.*

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Razona cuantitativamente y usa las propiedades de los números reales para resolver problemas. Trabajar con cantidades y las relaciones entre ellas le provee una base para trabajar con expresiones, ecuaciones y funciones.**
	9.N.1.1 Usa las propiedades para entender y resolver problemas de varios pasos; escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente; escoge e interpreta la escala y el origen en gráficas y al representar de datos.
	9.N.1.2 Aplica y explica cómo extender las propiedades de los exponentes enteros a los exponentes racionales al utilizar la notación de radicales en términos de exponentes racionales (ejemplo: Definimos $5^{1/3}$ como la raíz cúbica de 5 porque queremos que $(5^{1/3})^3 = 5$ sea válido).
2.0	**Representa e interpreta datos en matrices, desarrolla las propiedades de la suma de matrices y utiliza la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.**
	(+) 9.N.2.1 Representa datos categorizados en dos variables en una matriz y rotula las filas y columnas. Interpreta el significado de una entrada particular de una matriz en términos de los contextos. • Utiliza las matrices para analizar datos. • Reconoce las matrices como sistemas que tienen algunas propiedades de los números reales. • Desarrolla las propiedades de suma de matrices; suma y resta matrices para resolver problemas. • Juzga la razonabilidad de los cómputos con matrices.

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios al emplear números, variables y signos para resolver problemas.
3.0	**Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales para resolver sistemas que consisten de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, con y sin tecnología.**
	9.A.3.1 Verifica las propiedades de la multiplicación de una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.
	9.A.3.2 Construye un sistema de ecuaciones lineales al modelar situaciones de la vida diaria, y representa el sistema como una ecuación matricial ($Ax = b$).
	(+) 9.A.3.3 Resuelve un sistema que consiste de dos o tres ecuaciones lineales en dos o tres incógnitas, respectivamente, al solucionar la ecuación matricial $Ax = b$, y hallar $x = A^{-1}b$ con el uso de la tecnología.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
4.0	**Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.**
	9.G.4.1 Demuestra teoremas sobre rectas y ángulos. Incluye los siguientes teoremas: los ángulos rectos son congruentes; cuando una transversal se corta por rectas paralelas, los ángulos internos alternos son congruentes y los ángulos correspondientes son congruentes; los puntos sobre una bisectriz perpendicular de un segmento de recta son exactamente equidistantes de los puntos extremos del segmento.
	9.G.4.2 Demuestra teoremas sobre triángulos. Incluye los siguientes teoremas: la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°; los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes; el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y mide la mitad de su longitud; las medianas de un triángulo se encuentran en un punto.
	9.G.4.3 Demuestra teoremas sobre paralelogramos. Incluye los siguientes teoremas: los lados opuestos son congruentes; los ángulos opuestos son congruentes; las diagonales de un paralelogramo se bisecan una a la otra y, a la inversa, los rectángulos son paralelogramos con diagonales congruentes.
5.0	**Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias al establecer condiciones suficientes y hallar las transformaciones que preservan la congruencia entre las figuras. Resuelve problemas que involucran la congruencia en una variedad de contextos.**
	9.G.5.1 Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza.
	9.G.5.2 Usa descripciones geométricas de movimientos rígidos para transformar figuras y predecir el efecto de un movimiento rígido dado sobre una figura dada; dadas dos figuras, usa la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para decidir si son congruentes.
	9.G.5.3 Usa la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para mostrar que dos triángulos son congruentes si, y solo si, los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes.
	9.G.5.4 Explica que los criterios de congruencia de triángulos (ALA, LAL, LLL) nacen de la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos.
6.0	**Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano de coordenadas y discute los resultados de estas transformaciones.**
	9.G.6.1 Representa transformaciones en el plano al usar, por ejemplo, transparencias y programados para geometría; describe transformaciones como funciones que asumen puntos en el plano como entrada y entregan otros puntos como salida. Compara transformaciones que conservan distancia y ángulo con aquellas que no los conservan (ejemplo: traslación frente a estiramiento horizontal).
	9.G.6.2 Dado un rectángulo, paralelogramo, trapecio o polígono regular, describe las rotaciones y reflexiones que mueven a estas figuras sobre sí mismas.
	9.G.6.3. Desarrolla definiciones para rotación, reflexión y traslación en términos de ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta.
	9.G.6.4. Dada una figura geométrica y una rotación, reflexión o traslación, dibuja la figura transformada y usa, por ejemplo, papel milimetrado, papel para calcar o programados de

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
	geometría. Especifica una secuencia de transformaciones que mueve a una figura dada sobre otra.
7.0	**Aplica los conceptos de congruencia y semejanza al usar modelos físicos, transparencias o programado de geometría. Identifica figuras semejantes y justifica estas semejanzas al establecer condiciones suficientes y hallar las transformaciones rígidas que preservan la semejanza o las dilataciones centradas en el origen entre figuras. Resuelve problemas de la vida diaria que involucran semejanza en varios contextos.**
	9.G.7.1 Reconoce que una figura bidimensional es congruente con otra si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones; dadas dos figuras congruentes, describe una secuencia que muestre la congruencia que hay entre ellas.
	9.G.7.2 Describe el resultado de transformaciones, traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras bidimensionales mediante coordenadas.
	9.G.7.3 Identifica las condiciones de semejanza LAL, LLL, AA como condiciones suficientes para establecer la semejanza de triángulos, las aplica y observa que la congruencia es un caso especial de semejanza.
	9.G.7.4 Utiliza la semejanza para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes, y aplica la semejanza en una variedad de contextos en matemáticas y otras disciplinas. Usa criterios de congruencia y semejanza de triángulos para resolver problemas y demostrar relaciones entre figuras geométricas.
	9.G.7.5 Construye una representación de una figura semejante a otra figura dada su razón de semejanza.
	9.G.7.6 Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea es la misma.
	9.G.7.7 Utiliza transformaciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.
	9.G.7.8 Demuestra teoremas sobre triángulos. Incluye los teoremas siguientes: una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa. Demuestra el teorema de Pitágoras al usar semejanza de triángulos.
8.0	**Conoce y aplica teoremas sobre círculos.**
	9.G.8.1 Demuestra que todos los círculos son semejantes.
	9.G.8.2 Identifica y describe relaciones entre ángulos inscritos, radios y cuerdas (incluir las relaciones entre ángulos centrales, inscritos y circunscritos; los ángulos inscritos en un semicírculo son ángulos rectos; el radio de un círculo es perpendicular a la tangente al punto donde el radio interseca el círculo).
	9.G.8.3 Construye círculos inscritos y circunscritos en un triángulo y demuestra las propiedades de los ángulos de un cuadrilátero inscrito en un círculo.
	(+) 9.G.8.4 Construye una recta tangente a un círculo dado desde un punto exterior al círculo.
9.0	**Hace construcciones geométricas.**
	9.G.9.1 Realiza construcciones geométricas formales con una variedad de herramientas y métodos (ejemplo: compás, regla no graduada, cuerda, dispositivos de reflexión, plegado de papel, programado de geometría dinámica). Copia y biseca un segmento; copia un ángulo dado; construye rectas perpendiculares, incluida la bisectriz perpendicular de un segmento de recta; y construye una recta paralela a una recta dada que pase por un punto exterior a la recta.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
9.G.9.2 Construye un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono regular inscrito en una circunferencia.	
10.0 Aplica conceptos geométricos para hacer modelos.	
9.G.10.1 Aplica conceptos de densidad basándose en área y volumen para crear modelos (ejemplo: personas por milla cuadrada, BTU por pie cúbico).	
9.G.10.2 Aplica métodos geométricos para resolver problemas de diseño (ejemplo: Diseñar un objeto o estructura para satisfacer restricciones físicas o minimizar costos; trabajar con sistemas tipográficos de cuadrículas basados en razones).	
11.0 Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.	
(+) 9.G.11.1 Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas, con y sin tecnología.	
(+) 9.G.11.2 Prueba, directa o indirectamente, que un enunciado matemático válido es cierto. Desarrolla un contraejemplo para refutar un enunciado inválido.	
(+) 9.G.11.3 Formula e investiga la validez del inverso de un condicional.	
(+) 9.G.11.4 Organiza y presenta pruebas directas y pruebas indirectas al utilizar dos columnas, párrafos y diagramas de flujo.	
12.0 Explica las fórmulas de volumen y las usa para resolver problemas.	
(+) 9.G.12.1 Usa el principio de Cavalieri y presenta un argumento informal para las fórmulas de volumen de una esfera y de otras figuras tridimensionales.	

MEDICIÓN	El estudiante es capaz de aplicar correctamente sistemas, herramientas y técnicas de medición al establecer conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.
13.0 Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área y volumen, y aplica estas fórmulas y otras propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas que involucran medidas de figuras bidimensionales y tridimensionales.	
9.M.13.1 Presenta un argumento informal para las fórmulas de la circunferencia de un círculo, área de un círculo, volumen de un cilindro, pirámide y cono. Usa argumentos de disección, el principio de Cavalieri y argumentos informales sobre límites.	
9.M.13.2 Resuelve problemas mediante las fórmulas de cilindros, pirámides, conos y esferas.	
9.M.13.3 Identifica las figuras de las secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales e identifica objetos tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales.	
14.0 Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área, volumen y aplica estas fórmulas y otras	
(+) 9.M.14.1 Describe objetos a través de figuras geométricas, sus medidas y sus propiedades (ejemplo: Hacer un modelo cilíndrico del tronco de un árbol o de un torso humano).	

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDADES	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
14.0	**Calcula valores esperados y los usa para resolver problemas.**
	(+) 9.E.14.1 Define una variable aleatoria para una cantidad de interés, asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.
	(+) 9.E.14.2 Calcula el valor esperado de una variable aleatoria; lo interpreta como la media de la distribución de probabilidad.
	(+) 9.E.14.3 Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida en un espacio muestral donde las probabilidades teóricas se puedan calcular. Halla el valor esperado.(ejemplo: Halla la distribución de probabilidad teórica para el número de respuestas correctas que se obtienen al adivinar las cinco preguntas de un examen de selección múltiple, en el que cada pregunta tiene cuatro opciones de respuesta, y halla la calificación esperada según diferentes sistemas de calificación).
	(+) 9.E.14.4 Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida para un espacio muestral en el que las probabilidades están asignadas empíricamente; halla el valor esperado (ejemplo: Halla la distribución actual de datos para el número de televisores por hogar en Estados Unidos, y calcula el número esperado de televisores por hogar. ¿Cuántos televisores esperaríamos encontrar en 100 hogares escogidos al azar?).
15.0	**Usa probabilidades para evaluar resultados de decisiones.**
	(+) 9.E.15.1 Considera los posibles resultados de una decisión al asignar probabilidades a valores de pago y hallar los valores esperados.
	(+) 9.E.15.2 Halla el pago esperado en un juego de azar (ejemplo: Halla las ganancias esperadas de un billete de la lotería estatal o de un juego en un restaurante de comidas rápidas).
	(+) 9.E.15.3 Evalúa y compara estrategias con base en los valores esperados (ejemplo: Compara un deducible alto y uno bajo de una póliza de seguro de automóvil, usa probabilidades razonables de sufrir un accidente pequeño o uno grave).
	(+) 9.E.15.4 Usa probabilidades para tomar decisiones justas (ejemplo: Distribuir por grupos, usar un dispositivo que genera números al azar).
	(+) 9.E.15.5 Analiza decisiones y estrategias al usar conceptos de probabilidad (ejemplo: Hacer pruebas de productos, pruebas médicas, cambiar el portero de un equipo de hockey al final de un partido).
16.0	**Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades para eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.**
	(+) 9.E.16.1 Describe una simulación al identificar los componentes y supuestos en un problema; selecciona un instrumento para generar los resultados, define intento y especifica el número de intentos; y conduce la simulación.
	(+) 9.E.16.2 Resume datos de una simulación al usar los resúmenes numéricos y las gráficas apropiadas; desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación probabilística de la vida diaria y discute el efecto de un número de intentos en la probabilidad estimada de un evento.
	(+) 9.E.16.2 Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que aumenta el número de intentos.

Escuela Superior

Los siguientes estándares se enseñan en Álgebra II, Trigonometría, Pre-cálculo y Estadística y Probabilidad. El currículo para este nivel responderá a los cursos establecidos en la Carta Circular vigente del Programa de Matemáticas. Los indicadores identificados con (+) *se refieren al contenido del carril avanzado.*

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
1.0	**Usa propiedades de números racionales e irracionales.**
	ES.N.1.1 Explica por qué la suma, la resta o el producto de dos números racionales es racional; y por qué la suma o el producto de un número racional y un número irracional es irracional.
2.0	**Razona cuantitativamente y usa unidades para resolver problemas.**
	ES.N.2.1 Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos.
	ES.N.2.2 Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades.
3.0	**Realiza operaciones aritméticas con números complejos.**
	ES.N.3.1 Reconoce que existe un número complejo *i*, tal que $i^2 = -1$, y que todo número complejo es de la forma $a + bi$, con *a* y *b* números reales. Determina potencias de i.
	ES.N.3.2 Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.
	ES.N.3.3 Halla el conjugado de un número complejo; utiliza conjugados para hallar cocientes de números complejos.
4.0	**Usa números complejos en identidades polinómicas y ecuaciones.**
	ES.N.4.1 Resuelve ecuaciones cuadráticas con coeficientes reales que tengan soluciones complejas.
	(+) ES.N.4.2 Extiende las identidades polinómicas a los números complejos (ejemplo: Replantear $x^2 + 4$ como $(x + 2i)(x - 2i)$).
	(+) ES.N.4.3 Conoce el teorema fundamental del Álgebra; demuestra que se cumple para polinomios cuadráticos.
5.0	**Realiza operaciones con vectores.**
	(+) ES.N.5.1 Reconoce los vectores como un sistema que tiene algunas de las propiedades de los números reales.
	(+) ES.N.5.2 Representa gráficamente la multiplicación escalar de vectores y sus efectos, al estirar o encoger vectores; realiza multiplicaciones escalares por componentes, (ejemplo: $C(v_x, v_y) = (c\,v_x, c\,v_y)$). Calcula la magnitud de un múltiplo escalar $c\boldsymbol{v}$ al usar $\|c\boldsymbol{v}\| = |c|\,\|\boldsymbol{v}\|$. Calcula la dirección de *cv* y nota que cuando $|c|\boldsymbol{v} \neq 0$, la dirección de *cv* es la misma de *v* (para $c > 0$), o contraria a **v** (para $c < 0$).
	(+) ES.N.5.3 Suma y resta vectores y representa geométricamente estas operaciones. Entiende que la magnitud de la suma de dos vectores no es, típicamente, la suma de sus magnitudes. Dados dos vectores en forma de magnitud y dirección, determina la magnitud y la dirección de su suma. Reconoce la resta de vectores $\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}$ es $\boldsymbol{v} + (-\boldsymbol{w})$, en la que $-\boldsymbol{w}$ es el inverso aditivo de $\boldsymbol{w}$, con la misma magnitud pero en dirección opuesta que $\boldsymbol{w}$ y que apunta en el sentido contrario.

NUMERACIÓN Y OPERACIÓN	El estudiante es capaz de entender y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cómputos, relacionar números y sistemas numéricos.
6.0	**Representa y hace modelos con cantidades en vectores.**
	(+) ES.N.6.1 Reconoce que las cantidades vectoriales tienen magnitud y dirección. Representa cantidades vectoriales con segmentos de recta dirigidos y usa los signos apropiados para los vectores y sus magnitudes (ejemplo: v, $\|v\|$, $\|\|v\|\|$).
	(+) ES.N.6.2 Halla los componentes de un vector al restar las coordenadas de un punto inicial de las coordenadas del punto terminal.
	(+) ES.N.6.3 Resuelve problemas sobre velocidad y otras cantidades que se puedan representar con vectores.
7.0	**Realiza operaciones con logaritmos.**
	ES.N.7.1 Realiza operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes.
	ES.N.7.2 Aplica las propiedades de los logaritmos [$\log xy = \log x + \log y$; $\log \left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$, $\log(x^a) = a \log (x)$].
8.0	**Realiza operaciones en matrices y usa matrices en aplicaciones.**
	(+) ES.N.8.1 Usa matrices para representar y manipular datos (ejemplo: Para representar pagos o relaciones de incidencia en una red).
	(+) ES.N.8.2 Multiplica matrices por escalares para producir nuevas matrices (ejemplo: Cuando se duplican los pagos en un juego).
	(+) ES.N.8.3 Suma, resta y multiplica matrices de dimensiones apropiadas.
	(+) ES.N.8.4 Entiende que, a diferencia de la multiplicación de números, la multiplicación de matrices cuadradas no es una operación conmutativa, sin embargo, satisface las propiedades asociativa y distributiva.
	(+) ES.N.8.5 Reconoce y utiliza la matriz nula y la matriz de identidad desempeñan un papel en la suma y la multiplicación de matrices similar al papel que desempeñan 0 y 1 en los números reales. La determinante de una matriz cuadrada es diferente de cero sí, y solo sí, la matriz tiene inverso multiplicativo.
	(+) ES.N.8.6 Multiplica un vector (considerado como una matriz de una columna) por una matriz de dimensiones apropiadas para producir otro vector. Trabaja con matrices como transformaciones de vectores.
	(+) ES.N.8.7 Trabaja con matrices de 2 × 2 como transformaciones del plano e interpreta el valor absoluto del determinante en términos de área.

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.
9.0	**Interpreta la estructura de las expresiones.**
	ES.A.9.1 Interpreta expresiones que representan una cantidad, según su contexto. Interpreta los componentes de una expresión, por ejemplo, sus términos, factores y coeficientes. Interpreta expresiones de mayor dificultad al señalar una o más de sus partes como una entidad única (ejemplo: Interpretar $P(1+r)^n$ como el producto de P y un factor que no depende de P).
10.0	**Escribe expresiones en formas equivalentes para resolver problemas.**
	(+) ES.A.10.1 Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas (ejemplo: Calcula los pagos de una hipoteca).
11.0	**Realiza operaciones aritméticas con polinomios.**
	ES.A.11.1 Reconoce que los polinomios forman un sistema análogo a los enteros, es decir, son cerrados para las operaciones de suma, resta y multiplicación y utiliza esta información para realizar las operaciones indicadas.
12.0	**Entiende la relación entre los ceros y los factores de un polinomio.**
	ES.A.12.1 Conoce y aplica el teorema del residuo: para un polinomio $p(x)$ y un número a, el residuo de división por $x - a$ es $p(a)$, por tanto $p(a) = 0$ sí, y solo sí, $(x - a)$ es un factor de $p(x)$.
	ES.A.12.2 Identifica los ceros en polinomios cuando las factorizaciones son razonables, y usa los ceros para construir una gráfica aproximada de la función definida por el polinomio.
13.0	**Usa la identidad de polinomios para resolver problemas.**
	(+) ES.A.13.1 Demuestra las identidades de polinomios y las usa para describir relaciones numéricas (ejemplo: La identidad polinómica $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$ se puede usar para generar triples pitagóricos).
	(+) ES.A.13.2 Conoce y aplica el teorema del binomio para el desarrollo de $(x+y)^n$ en potencias de x y de y para un entero positivo n, en el que x y y son números reales con coeficientes determinados (ejemplo: por el triángulo de Pascal).
	ES.A.13.3 Reescribe expresiones racionales simples de diferentes formas; escribe $\frac{a(x)}{b(x)}$ de la forma $q(x) + \frac{r(x)}{b(x)}$, en la que $a(x)$, $b(x)$, $q(x)$ y $r(x)$ son polinomios, con el grado de $r(x)$ menor que el grado de $b(x)$, $b(x) \neq 0$; usa inspección, división larga, división sintética o, en ejemplos más complejos , un sistema algebraico computacional.
	ES.A.13.4 Reconoce que las expresiones racionales forman un sistema análogo a los números racionales, que es cerrado para la suma, la resta, la multiplicación y la división por una expresión racional diferente de cero y utiliza esta información para realizar las operaciones indicadas.
14.0	**Crea ecuaciones que describan números o relaciones.**
	ES.A.14.1 Representa restricciones mediante ecuaciones o inecuaciones, mediante sistemas de ecuaciones y/o inecuaciones, e interpreta las soluciones como opciones viables o no viables en el contexto de hacer un modelo (ejemplo: Representar inecuaciones al describir restricciones nutricionales y de costos en combinaciones de diferentes alimentos).
15.0	**Entiende la resolución de ecuaciones como un proceso de razonamiento y explica dicho razonamiento.**
	ES.A.15.1 Resuelve ecuaciones racionales y radicales simples de una variable y da ejemplos de cómo pueden resultar en soluciones extrañas.
16.0	**Resuelve ecuaciones e inecuaciones de una variable.**

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.
	ES.A.16.1 Resuelve ecuaciones cuadráticas de una variable. Usa el método de completar el cuadrado para transformar cualquier ecuación cuadrática en una variable x en una ecuación de la forma $(x – p)^2 = q$ que tenga las mismas soluciones. Demuestra la fórmula cuadrática utilizando este método.
	ES.A.16.2 . Resuelve ecuaciones cuadráticas por: • inspección (ejemplo: para $x^2 = 49$), • factorización, • extracción de raíces cuadradas, • completar el cuadrado, • la fórmula cuadrática, según corresponda a la forma original de la ecuación. Reconoce casos en que la fórmula cuadrática da soluciones complejas y las escribe como $a \pm b\,i$ para números reales a y b. Utiliza el discriminante para identificar cuántas y la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática.
17.0	**Resuelve sistemas de ecuaciones e inecuaciones.**
	ES.A.17.1 Utiliza método gráfico, sustitución y eliminación para un sistema 2 x 2 o mayor y lo clasifica en sistema consistente independiente, consistente dependiente e inconsistente.
	ES.A.17.2 Resuelve algebraica y gráficamente un sistema simple que se componga de una ecuación lineal y una ecuación cuadrática de dos variables (ejemplo: Hallar los puntos de intersección entre la recta $y = –3x$ y el círculo $x^2 + y^2 = 3$).
	(+) ES.A.17.3 Representa un sistema de ecuaciones lineales como una sola ecuación matricial en una variable vectorial.
	(+) ES.A.17.4 Halla la determinante de una matriz, el inverso de una matriz, si existe, y lo usa para resolver sistemas de ecuaciones lineales (utiliza tecnología para matrices de dimensión 3 x 3 o mayores).
	(+) ES.A.17.5 Resuelve sistema de ecuaciones al utilizar el método de Gauss Jordan y la regla de Cramer.
18.0	**Representa y resuelve ecuaciones e inecuaciones gráficamente.**
	ES.A.18.1 Reconoce que la gráfica de una ecuación de dos variables es el conjunto de todas sus soluciones ubicadas en el plano de coordenadas, lo cual frecuentemente da una curva (que podría ser una recta).
	ES.A.18.2 Explica por qué las coordenadas x de los puntos donde las gráficas de las ecuaciones $y = f(x)$ y, $y = g(x)$ se intersecan son las soluciones de la ecuación $f(x) = g(x)$; halla las soluciones aproximadas, (ejemplo: Utiliza la tecnología para graficar las funciones y prepara tablas de valores o halla aproximaciones sucesivas). Incluye casos en los que $f(x)$ y/o $g(x)$ sean funciones lineales, polinómicas, racionales, de valor absoluto, exponenciales y logarítmicas.
	ES.A.18.3 Grafica las soluciones de una desigualdad lineal de dos variables como un semiplano (excluye el límite (borde o frontera) en el caso de una desigualdad estricta) y grafica el conjunto de soluciones para un sistema de desigualdades lineales de dos variables como la intersección de los correspondientes semiplanos.
	ES.A.18.4 Construye y resuelve inecuaciones cuadráticas en una y dos variables, y representa su solución gráficamente.
19.0	**Clasifica sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna y desarrolla fórmulas para hallar los términos generales y las sumas relacionadas.**

ÁLGEBRA	El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas.
	(+) ES.A.19.1 Investiga la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritmética, geométricas o ninguna.
	(+) ES.A.19.2 Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas y métodos para calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
20.0	**Resuelve ecuaciones logarítmicas y exponenciales.**
	(+) ES.A.20.1 Resuelve ecuaciones exponenciales.
	(+) ES.A.20.2 Resuelve ecuaciones logarítmicas y presta atención a las raíces espurias (raíces extrañas) e interpreta la solución en el contexto de la situación.

FUNCIONES	El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida diaria.
21.0	**Entiende el concepto de función y usa notación de funciones.**
	ES.F.21.1 Describe y contrasta funciones elementales comunes (representadas simbólicamente y gráficamente), incluye x^n, $1/x$, ln x, $\log_a x$, e^x, a^x y las funciones trigonométricas básicas.
	(+) ES.F.21.2 Reconoce que las sucesiones son funciones, algunas veces definidas recursivamente, cuyo domino es un subconjunto de los enteros (ejemplo: La sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f(0) = f(1) = 1$, $f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ para $n \geq 1$).
22.0	**Entiende, interpreta y analiza funciones.**
	ES.F.22.1 Escribe una función definida por una expresión en formas diferentes, pero equivalentes para explicar diferentes propiedades de la función. • Usa el proceso de factorización y/o completar un cuadrado en una función cuadrática para determinar los ceros, el vértice, los valores en los extremos y la simetría de la gráfica, y los interpreta según un contexto. • Usa las propiedades de los exponentes para interpretar expresiones de funciones exponenciales (ejemplo: Identificar la tasa porcentual de cambio en funciones tales como $y = (1.02)^t$, $y = (0.97)^t$, $y = (1.01)^{12t}$, $y = (1.2)^{t/10}$, y clasificarlas como crecimiento o disminución exponencial).
	ES.F.22.2 Compara las propiedades de dos funciones, cada una representada de diferente manera: algebraicamente, gráficamente, en una tabla numérica o descrita verbalmente. (ejemplo: Dada una gráfica para una función cuadrática y una expresión algebraica para otra, decide cuál tiene el valor máximo mayor). • Reconoce y describe la continuidad, las asíntotas, la simetría (funciones pares e impares) y relaciona estos conceptos con la gráfica de la función.
	ES.F.22.3 Distingue entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demuestra que las funciones lineales aumentan por diferencias iguales en intervalos iguales y que las funciones exponenciales aumentan por factores iguales en intervalos iguales.

FUNCIONES	El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida diaria.
ES.F.22.4 Reconoce situaciones en las que una cantidad cambia con respecto a otra cantidad a una tasa constante por intervalo unitario. Reconoce situaciones en las cuales una cantidad aumenta o disminuye con respecto a otra cantidad a una tasa porcentual constante por intervalo unitario.	
ES.F.22.5 Interpreta los parámetros de una función lineal o exponencial en términos de un contexto.	
23.0 Interpreta funciones que resultan en aplicaciones según el contexto.	
ES.F.23.1 Interpreta las características básicas de las gráficas y las tablas de una función que representa dos cantidades en términos de esas cantidades, y bosqueja gráficas que muestren las características a partir de una descripción verbal de la relación. Entre las características se incluyen: interceptos, intervalos donde la función es creciente, decreciente, positiva o negativa, máximos y mínimos relativos, simetrías, comportamiento en los extremos, y periodicidad.	
ES.F.23.2 Calcula e interpreta la tasa de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico. Estima la tasa de cambio a partir de una gráfica.	
ES.F.23.3 Modela y resuelve problemas al usar variación directa, inversa y combinada.	
ES.F.23.4 Modela situaciones al elaborar ecuaciones e inecuaciones basadas en funciones racionales. Utiliza una variedad de métodos para resolver ecuaciones e inecuaciones, e interpreta las soluciones en términos del contexto.	
24.0 Analiza funciones mediante diferentes representaciones.	
ES.F.24.1 Compara y contrasta las características de las diferentes familias de las funciones: polinómicas, racionales, radicales, potencia, logarítmicas, trigonométricas y funciones definidas por partes representadas de múltiples formas.	
ES.F.24.2 Compone y descompone dos funciones, determina su dominio, su alcance (campo de valores, rango, recorrido, imagen o condominio) y su gráfica. Utiliza la composición de funciones para determinar si las funciones son inversas.	
ES.F.24.3 Grafica funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica, en forma manual en casos sencillos y con tecnología en casos más complejos. • Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el valor máximo o el valor mínimo. • Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes; incluye funciones discontinuas y funciones de valor absoluto. • Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos. • Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos. • Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase. • (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.	

FUNCIONES	El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida diaria.
ES.F.24.4 Representa las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y ecuaciones. • Evalúa funciones trigonométricas para un número real dado. • Reconoce las características principales de cada una de las funciones trigonométricas (el dominio, el recorrido, las intersecciones con los ejes, los valores máximos y mínimos, las asíntotas y los intervalos donde es creciente o decreciente).	
25.0 Construye una función como modelo de la relación entre dos cantidades.	
ES.F.25.1 Escribe una función que describa una relación entre dos cantidades. Determina una expresión explícita, un proceso recursivo o pasos para un cálculo a partir de un contexto. Utiliza operaciones aritméticas para combinar diferentes tipos de funciones (ejemplo: Construir una función que modele la temperatura de un cuerpo que se va enfriando, y agrega una función constante a un exponente decreciente y relaciona estas funciones con el modelo).	
(+) ES.F.25.2 Aplica el concepto de composición de funciones en situaciones de la vida diaria (ejemplo: Si $T(y)$ es la temperatura de la atmósfera en función de la altura, y $h(t)$ es la altitud de un globo meteorológico en función del tiempo, entonces $T(h(t))$ es la temperatura en el lugar donde se encuentra el globo en función del tiempo).	
(+) ES.F.25.3 Escribe sucesiones aritméticas y geométricas, tanto recursivamente como al usar fórmulas explícitas, utilizarlas para hacer modelos de algunas situaciones y pasar de una forma a la otra.	
(+) ES.F.25.4 Resuelve problemas que involucren logaritmos y exponentes al usar la relación inversa entra ambas funciones.	
(+) ES.F.25.5 Aplica la composición y descomposición de funciones a modelos y solución de problemas.	
26.0 Construye nuevas funciones a partir de funciones existentes.	
ES.F.26.1 Identifica el efecto sobre la gráfica al reemplazar $f(x)$ por $f(x) + k$, k f(x), $f(kx)$ y $f(x + k)$ para valores específicos de k (positivos y negativos); halla el valor de k dadas las gráficas. Experimenta con casos e ilustra una explicación de los efectos sobre la gráfica con el uso de la tecnología. Incluye la identificación de funciones pares e impares a partir de sus gráficas y de sus expresiones algebraicas.	
ES.F.26.2 Halla funciones inversas. Resuelve una ecuación de la forma $f(x) = c$ para una función simple f que tiene inverso, y escribe una expresión para el inverso (ejemplo: $f(x) = 2x^3$, o $f(x) = (x + 1)/(x - 1)$ para $x \neq 1$).	
(+) ES.F.26.3 Lee valores de una función inversa a partir de una gráfica o de una tabla y sabe que la función tiene un inverso.	
(+) ES.F.26.4 Produce una función invertible a partir de una función no invertible, al restringir su dominio.	
27.0 Construye y compara modelos lineales, cuadráticos y exponenciales, y resuelve problemas.	
ES.F.27.1 Construye funciones lineales y exponenciales, incluye sucesiones aritméticas y geométricas, dada una gráfica, una descripción de la relación, o dos pares de entradas y salidas (incluye leer estas en una tabla) para resolver problemas.	
ES.F.27.2 Observa, mediante gráficas y tablas, que una cantidad que aumenta exponencialmente excede a una cantidad que aumenta linealmente, cuadráticamente, o como función polinómica.	

FUNCIONES	El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos complejos de la vida diaria.
ES.F.27.3 En modelos exponenciales, expresa como logaritmo la solución de $ab^{ct} = d$, en el que *a, c* y *d* son números reales, y la base *b* es 2, 10 o *e.* Evalúa el logaritmo al usar la tecnología.	
28.0 Amplía el dominio de funciones trigonométricas al utilizar el círculo unitario.	
ES.F.28.1 Reconoce que la medida de un ángulo en radianes es igual a la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario y utiliza este argumento para la solución de problemas.	
ES.F.28.2 Explica cómo el círculo unitario sobre un plano de coordenadas permite extender las funciones trigonométricas a todos los números reales, interpretados como medidas de los ángulos en radianes en el sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor del círculo unitario.	
ES.F.28.3 Utiliza triángulos especiales para determinar geométricamente los valores seno, coseno, tangente de 0, π, π/2, π/3, π/4 y π/6 y sus múltiplos, y usa el círculo unitario para expresar los valores seno, coseno y tangente de x, π+ *x*, y 2π–*x* en términos de sus valores de *x*, en el que *x* es un número real cualquiera.	
(+) ES.F.28.4 Usa el círculo unitario para explicar simetría (impar y par) y la periodicidad de las funciones trigonométricas.	
29.0 Representa fenómenos periódicos con funciones trigonométricas.	
ES.F.29.1 Utiliza funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.	
ES.F.29.2 Escoge funciones trigonométricas para modelar fenómenos periódicos con amplitud, frecuencia y línea media dadas.	
(+) ES.F.29.3 Reconoce que el restringir una función trigonométrica a un dominio en el cual siempre aumenta o siempre disminuye permite construir su inverso.	
(+) ES.F.29.4 Utiliza funciones inversas para resolver ecuaciones trigonométricas que resultan al crear modelos; evalúa las soluciones al utilizar la tecnología y las interpreta en términos del contexto.	
ES.F.29.5 Utiliza diferentes estrategias para resolver ecuaciones trigonométricas.	
30.0 Demuestra y aplica identidades trigonométricas.	
(+) ES.F.30.1 Demuestra la identidad pitagórica $\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta)=1$ y la usa para hallar sen(θ), cos(θ), o tan(θ) dados sen(θ), cos(θ), o tan(θ) y el cuadrante del ángulo.	
(+) ES.F.30.2 Demuestra las fórmulas de suma y resta para seno, coseno y tangente, y las usa para resolver problemas.	

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
31.0 Experimenta con transformaciones en el plano.	
ES.G.31.1 Representa transformaciones en el plano al usar, por ejemplo, transparencias y *software* para geometría; describe transformaciones como funciones que asumen puntos en el plano como entrada y entregan otros puntos como salida. Compara transformaciones que	

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
	conservan distancia y ángulo con aquellas que no los conservan (ejemplo: traslación versus estiramiento horizontal).
32.0	**Demuestra teoremas que involucren semejanza.**
	ES.G.32.1 Demuestra teoremas sobre triángulos, que incluyen lo siguiente: una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa; demuestra el teorema de Pitágoras al usar semejanza de triángulos.
33.0	**Define razones trigonométricas y resuelve problemas con triángulos rectángulos.**
	ES.G.33.1 Reconoce que, por semejanza, las razones entre los lados de un triángulo rectángulo son una propiedad de los ángulos del triángulo, lo que lleva a la definición de razones trigonométricas para ángulos agudos.
	ES.G.33.2 Explica y usa la relación entre seno y coseno de ángulos complementarios.
	ES.G.33.3 Usa razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras para resolver triángulos rectángulos en problemas aplicados.
	(+) ES.G.33.4 Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulos, funciones secante, cosecante, tangente y cotangente; los cuales utiliza para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.
34.0	**Halla longitudes de arco y áreas de sectores circulares.**
	ES.G.34.1 Al usar semejanza, encuentra el hecho de que la longitud del arco intersecado por un ángulo es proporcional al ángulo y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad; aplica la fórmula para hallar área de un sector circular.
35.0	**Pasa de la descripción geométrica a la ecuación de una sección cónica.**
	ES.G.35.1 Encuentra la ecuación de un círculo de centro y radio dados al usar el teorema de Pitágoras; completa el cuadrado para hallar el centro y el radio de un círculo dado por una ecuación.
	(+) ES.G.35.2 Encuentra la ecuación de una parábola dados el foco y la directriz.
	(+) ES.G.35.3 Encuentra las ecuaciones de elipses e hipérbolas al conocer los focos; usa el hecho de que la suma o la diferencia de las distancias hasta los focos es constante.
36.0	**Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos.**
	ES.G.36.1 Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos (ejemplo: Demostrar o refutar que una figura definida por cuatro puntos dados en el plano de coordenadas es un rectángulo; probar o refutar que el punto (1, √3) está ubicado sobre el círculo centrado en el origen y que contiene el punto (0, 2)).
	ES.G.36.2 Demuestra los criterios de inclinación para rectas paralelas y perpendiculares, y los usa para resolver problemas geométricos (ejemplo: Hallar la ecuación de una recta paralela o perpendicular a una recta dada que pasa por un punto dado).
	ES.G.36.3 Halla el punto ubicado sobre un segmento de recta que divide el segmento en una razón dada.
37.0	**Aplica los métodos paramétricos para representar e interpretar el movimiento de objetos en un plano.**
	(+) ES.G.37.1 Utiliza ecuaciones paramétricas para representar situaciones que involucran movimiento en el plano, incluye movimiento en una línea, el movimiento de un proyectil y el movimiento de los objetos en órbitas.

GEOMETRÍA	El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y descubrir el entorno físico.
	(+) ES.G.37.2 Convierte un par de ecuaciones paramétricas a una ecuación rectangular e interpreta la situación en el contexto.
	(+) ES.G.37.3 Investiga curvas planas e incluye aquellas en forma paramétrica.
38.0	**Representa números complejos y sus operaciones en el plano complejo.**
	(+) ES.G.38.1 Representa números complejos en el plano complejo en forma rectangular y polar (incluye números reales y números imaginarios), y explica por qué las formas rectangulares y polares de un número complejo dado representan el mismo número.
	(+) ES.G.38.2 Representa geométricamente la suma, resta, multiplicación y conjugación de números complejos en el plano complejo; usa las propiedades de esta representación en cálculos (ejemplo: $(-1 + \sqrt{3}i)^3 = 8$ porque tiene módulo 2 y argumento 120º).
	(+) ES.G.38.3 Calcula la distancia entre números en el plano complejo como el módulo de la diferencia, y el punto medio de un segmento como el promedio de los números en sus puntos extremos.
39.0	**Aplica la trigonometría en triángulos comunes.**
	(+) ES.G.39.1 Determina la fórmula *A = (1/2) ab* sen(*C*) para el área de un triángulo y dibuja una recta auxiliar desde el vértice perpendicularmente hasta el lado opuesto.
	(+) ES.G.39.2 Demuestra las leyes del seno y del coseno y las usa para resolver problemas.
	(+) ES.G.39.3 Conoce y aplica la ley del seno y la ley del coseno para hallar medidas desconocidas en triángulos rectángulos y triángulos oblicuos (que no son rectángulos) (ejemplo: problemas de planimetría, fuerzas resultantes).
40.0	**Desarrolla y aplica los métodos generales de prueba en la solución de problemas y formula las justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.**
	(+) ES.G.40.1 Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas con o sin tecnología.
	(+) ES.G.40.2 Establece la prueba directa o indirecta para determinar si una proposición matemática es cierta.
	(+) ES.G.40.3 Desarrolla un contraejemplo para refutar una proposición inválida.
	(+) ES.G.40.4 Formula e investiga la validez del recíproco de proposiciones condicionales.
	(+) ES.G.40.5 Organiza y presenta pruebas directas e indirectas por medio de tablas de dos columnas, párrafos y flujogramas.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
41.0	**Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.**
	ES.E.41.1 Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Sabe que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo de una curva normal.
	ES.E.41.2 Identifica escenarios donde la distribución normal es de utilidad. Describe las características de la distribución normal.
	ES.E.41.3 Reconoce que una asociación observada entre una variable explicativa y de respuesta no necesariamente implica que las dos variables están unidas causalmente.
	ES.E.41.4 Evalúa posibles factores involucrados en un problema dado y qué información ellos proveen relacionada con la pregunta de interés. Formula preguntas específicas e identifica medidas cuantitativas que pueden ser utilizadas para proveer respuestas a la pregunta de interés.
	ES.E.41.5 Describe las ventajas y desventajas de utilizar diferentes métodos para medir variables. Explica cómo pueden surgir sesgos y sus efectos en los resultados del estudio.
	ES.E.41.6 Explica por qué la mayoría de las preguntas de investigación no tienen respuestas únicas y por qué pueden utilizarse varios enfoques.
	ES.E.41.7 Comunica, tanto oral como escrito, los propósitos, los métodos y los resultados de un estudio estadístico al utilizar lenguaje no-técnico.
	ES.E.41.8 Evalúa resultados de estudios reportados en medios informativos.
	ES.E.41.9 Define, compara y contrasta la estadística descriptiva e inferencial.
42.0	**Comprende que los resultados pueden variar de muestra a población y de muestra a muestra. Analiza, resume y compara resultados de muestras al azar (aleatorias) con resultados de muestras no aleatorias, y con censos; utiliza una gran variedad de gráficas para presentar y comunicar los resultados.**
	ES.E.42.1 Compara medidas de tendencia central y de dispersión obtenidas al utilizar una muestra de una población con las mismas medidas y con datos obtenidos de un censo de la población.
	ES.E.42.2 Reconoce que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.
43.0	**Resume, representa e interpreta datos de dos variables cualitativas y cuantitativas.**
	ES.E.43.1 Resume datos cualitativos para dos categorías en tablas de dos entradas. Interpreta las frecuencias relativas en el contexto de los datos (incluye frecuencias relativas compartidas, marginales y condicionales). Reconoce las asociaciones posibles y las tendencias de los datos.
	ES.E.43.2 Crea, compara y evalúa las diferentes representaciones gráficas apropiadas para una distribución de datos sin agrupar y agrupados; con o sin tecnología.
44.0	**Interpreta modelos lineales.**
	ES.E.44.1 Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
	ES.E.44.2 Distingue entre correlación y causalidad. • Determina la correlación entre dos variables numéricas con o sin tecnología.

ANÁLISIS DE DATOS Y PROBABILIDAD	El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y presentación de datos para describir y hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.
	(+) ES.E.44.3 Analiza la importancia potencial de los valores extremos como causas para posibles errores en los datos, como contraejemplos o casos únicos, especialmente cuando se describen tendencias sociales.
	(+) ES.E.44.4 Calcula y grafica los residuales de la línea de regresión por cuadrados mínimos; juzga el ajuste del modelo lineal.
	(+) ES.E.44.5 Examina la influencia de los valores extremos en la correlación y en los modelos de tendencias. • Investiga y describe los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión.
45.0	**Hace inferencias y justifica las conclusiones de muestreos, experimentos y estudios de observación.**
	(+) ES.E.45.1 Usa los datos de un experimento aleatorio para comparar dos tratamientos; usa simulaciones para decidir si las diferencias entre parámetros son significativas.
	ES.E.45.2 Evalúa informes con base en los datos.
46.0	**Entiende las probabilidades independiente y condicional, y las utiliza para interpretar datos.**
	(+) ES.E.46.1 Construye e interpreta tablas de frecuencias de dos entradas cuando se relacionan dos categorías y se clasifica cada objeto. Usa la tabla de dos entradas como espacio muestral para decidir si los sucesos son independientes y para aproximar las probabilidades condicionales (ejemplo: Reunir datos mediante un muestreo aleatorio de los estudiantes de la escuela sobre su materia preferida entre Matemáticas, Ciencias e Inglés. Estimar la probabilidad de que un estudiante escogido al azar prefiera las Ciencias, dado que dicho estudiante está en décimo grado. Hacer lo mismo con otras materias y comparar los resultados).
	(+) ES.E.46.2 Reconoce y explica los conceptos de probabilidad condicional e independencia en el lenguaje y situaciones de la vida diaria (ejemplo: Comparar la probabilidad de sufrir de cáncer de pulmón si se es fumador, con la probabilidad de ser fumador si se sufre de cáncer de pulmón).
47.0	**Usa las reglas de probabilidad para calcular probabilidades de sucesos compuestos dentro de un modelo de probabilidad uniforme.**
	ES.E.47.1 Halla la probabilidad condicional de A dado B como la fracción de resultados de *B* que también pertenecen a *A*, e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	ES.E.47.2 Aplica la regla de la suma, $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	ES.E.47.3 Aplica la regla general de la multiplicación en un modelo de probabilidad uniforme, $P(A \text{ y } B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	(+) ES.E.47.4 Usa permutaciones y combinaciones para calcular las probabilidades de sucesos compuestos y resolver problemas.
	(+) ES.E.47.5 Reconoce un escenario de probabilidad binomial y desarrolla y dibuja la gráfica de una distribución de probabilidad para un conteo binomial.

GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO

GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO

Abscisa: Coordenada horizontal (x) de un punto ubicado en el plano cartesiano.

Aleatorio (número): Relativo al azar, número del espacio muestral que tiene la misma probabilidad de ser escogido, también este número se utiliza para señalar a un elemento de la muestra.

Algoritmo: Es una lista bien definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema.

Altura de un triángulo: Segmento desde un vértice del triángulo que es perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.

Amplitud: Se le conoce al intervalo en que oscila el rango de una función; alcance vertical que tiene la gráfica en el eje de *y*; la altura de la loma de las funciones seno y coseno.

Ángulo: Porción de plano comprendida entre dos semirectas con un origen común denominado vértice. Otra concepción de ángulo dice que esta es la figura formada por dos rayos con origen común.

Ángulo agudo: Ángulo que mide menos de 90º. Su medida está entre 0 y 90 grados, en forma algebraica, sea x la medida de un ángulo, este es agudo si $0^{\circ}<x<90^{\circ}$.

Ángulo central: Ángulo con el vértice en el centro de un círculo.

Ángulo cuadrantal: Ángulo en posición estándar que su lado terminal está en el eje coordenado: 90°, 180°, 270°, 360°.

Ángulo de referencia: Para un ángulo no cuadrantal en posición estándar es el ángulo agudo que su lado terminal forma con el eje de X.

Ángulo diedro: Cada una de las regiones determinadas por dos semiplanos que se cortan. Los semiplanos se llaman caras del ángulo diedro.

Ángulo inscrito: Ángulo formado por dos cuerdas con un extremo en común.

Ángulo llano: Ángulo que mide 180º.

Ángulo negativo- Ángulo en posición estándar que se mide desde su lado inicial en dirección a las manecillas del reloj hasta su lado terminal.

Ángulo obtuso: Mide más de 90º y menos de 180º. Su medida está entre 90 y 180 grados, en forma algebraica. Sea x la medida de un ángulo, este es agudo si 90˚< x <180.

Ángulo poliedro: Figura determinada por tres o más semirectas de origen común, no coplanares, en la que el plano determinado por dos de ellas consecutivas deje a las restantes en un mismo semiespacio.

Ángulo recto: Mide 90º.

Ángulo semi-inscrito: Ángulo formado por una cuerda y una tangente trazada por un extremo de la cuerda.

Ángulo triedro: Figura determinada por la intersección de tres ángulos cuyas aristas concurren a un punto común llamado vértice.

Ángulos adyacentes: Son los que tienen un lado y un vértice en común.

Ángulos complementarios: Son dos ángulos agudos cuya suma es igual a 90º.

Ángulos congruentes: Dos ángulos son congruentes cuando tiene la misma medida.

Ángulos consecutivos: Ángulos que tienen un lado en común. También en algunos textos se refiere a los dos ángulos interiores al mismo lado de una transversal.

Ángulos coterminales: Ángulos en el sistema de coordenadas rectangulares con diferentes medidas, pero los mismos lados iniciales y terminales.

Ángulos en posición estándar: Ángulo en el sistema de coordenadas rectangulares con el vértice en el origen y el lado inicial coincide con el eje de X.

Ángulos opuestos por el vértice: Dos ángulos se dicen opuestos por el vértice cuando los lados de uno son semirectas opuestas a los lados del otro.

Ángulo positivo: Ángulo en posición estándar que se mide desde su lado inicial en dirección contraria a las manecillas del reloj hasta su lado terminal.

Ángulos suplementarios: Se refiere a dos ángulos cuya suma es igual a 180º, independientemente que sean o no consecutivos.

Año: periodo de $365\frac{1}{4}$ días, exactamente, 365 días, 6 horas, 9 minutos con 9.76 segundos, en la antigüedad se pensaba en que solo tenía 360 días, de este número surgen los grados del círculo.

Aproximación: Grado de exactitud con que se trabaja un valor, una medida, un resultado.

Aproximado: (≈) se refiere a un dato que, sin ser exacto, se acerca satisfactoriamente al valor real.

Apotema: Es el segmento perpendicular a un lado trazado desde el centro de un polígono.

Arco: Un segmento de circunferencia; un arco de circunferencia queda definido por tres puntos, dos puntos extremos y el radio o por la longitud de una cuerda y el radio.

Arco circular: Arco del círculo que subtiende a un ángulo central.

Área: Medida de la superficie que cubre un cuerpo o figura geométrica. Sus unidades se miden en unidades cuadradas, también denominadas de superficie, como centímetros cuadrados (cm2), metros cuadrados (m2), hectáreas (ha), etc.

Arista: Línea que resulta de la intersección o encuentro de dos superficies.

Asíntota: Una línea recta o curva a la que se aproxima una curva como gráfica de determinada función sin llegar jamás a tocarla por más que se acerque.

Axioma: Proposición aceptada sin necesidad de demostración dada su evidencia.

Axiomas de Peano: Axiomas de la aritmética con los que se definen los números naturales.

Azar: Se refiere a aquello que se da por casualidad, sin que se pueda controlar o predecir con certeza o exactitud.
Binomio: Expresión algebraica de dos términos. Ejemplo: 5a - 2b.

Bisectriz: Es el lugar geométrico de los puntos equidistante de los lados de un ángulo. También se le asigna este nombre a la recta que divide al ángulo por su mitad y a la recta que interseca a un segmento en su punto medio.

Billón: Mil millones.

Cardinales: Números que expresan cuántos hay de algo, como uno, dos, tres, cuatro, cinco.

Catetos: Lados que forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo.

Censo: Recuento de población. Una encuesta a una población, en este caso el tamaño de la muestra es N (mayúscula).

Centil: Percentil, posición con respeto a un total de tamaño 100.

Cero de una función: Todo punto para el cual f(x) = 0.

Cilindro: Cuerpo geométrico que se obtiene por la rotación de un rectángulo en torno a uno de sus lados.

Círculo: Región interior de una circunferencia e incluye a esta.

Círculo unitario: Círculo de radio r igual a 1 y su centro en el origen del sistema de coordenadas.

Circunferencia: 1. Lugar geométrico de todos los puntos que están en un mismo plano y equidistante de un punto llamado centro. 2. Línea curva, plana, cerrada cuyos puntos equidistan de otro punto dado, llamado centro.

Coeficiente (de una variable): Un número multiplicado por el producto de variables o potencias de variables en un término; los coeficientes de x en la expresión $\alpha x^2 + bx + c$ son α, b y c.

Coeficientes binomiales: Coeficientes de los monomios que aparecen al desarrollar las potencias del binomio.

Combinación: Una colección de símbolos u objetos en la que el orden no es importante; el número de combinaciones de *n* símbolos u objetos diferentes elegidos *r* a la vez, simbolizados por C(n, r) o ${}_nC_r$, puede obtenerse mediante la siguiente fórmula:

$$C(n,r) = \frac{P(n,r)}{P(r,r)} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{1}{r!} \bullet \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!)}$$

Combinatoria: Parte de la matemática que analiza las diferentes formas de agrupar elementos y calcular el número de posibilidades.

Combinación lineal: Un vector en el plano es combinación lineal de dos vectores dados si es la suma de dos vectores ponderados de los vectores dados.

Complejos iguales: Dos números complejos son iguales si y solo si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias también.

Composición de funciones: Dadas dos funciones reales de variable real, *f* y *g*, se llama composición de las funciones f y g, y se escribe g o f, a la función definida de *R* en *R*, por (*g* o *f*)(x) = g[*f(x)].* La función (*g* o *f)(x)* se lee « *f* compuesto con *g* aplicado a *x* ».

$$\mathbf{R} \xrightarrow{f} \mathbf{R} \xrightarrow{g} \mathbf{R}$$
$$x \longrightarrow f(x) \longrightarrow g[f(x)]$$

Primero actúa la función *f* y después actúa la función *g*, sobre *f(x).*

Conjetura: Un enunciado, opinión o conclusión basada en observaciones.

Conjugado de número complejo: Se llama *conjugado de un número complejo* al número complejo que se obtiene por simetría del dado respecto del eje de abscisas.
Representando el número complejo *a + bi* y haciendo la correspondiente simetría, se tiene que su conjugado es *a – bi.*

Conjunción: Combina dos proposiciones matemáticas con la palabra y se puede representar como la intersección de dos conjuntos.

Conjunto finito: Conjunto que tiene un número limitado de elementos.

Conjunto infinito: Conjunto de un número ilimitado de elementos.

Congruencia (de figuras): Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño.
De igual medida.

Conmutativa: Una operación binaria es **conmutativa** cuando el resultado de la operación es el mismo, cualquiera que sea el orden de los dos elementos con los que se opera.

Cono: Cuerpo sólido engendrado por la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. El otro cateto forma la base circular del cono, mientras que la hipotenusa (generatriz) forma la superficie cónica. El volumen V del cono de radio r y altura h es 1/3 del volumen del cilindro con las mismas dimensiones: $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$.

Cono recto: Cono, cuyo eje es perpendicular a la base.

Cono oblicuo: Cono, cuyo eje no es perpendicular a la base.

Cono truncado: Porción de cono comprendida entre la base y un plano paralelo a la misma.

Constante: Cantidad cuyo valor se mantiene inalterable.

Constante de proporcionalidad: Si las variables *x* y *y* están relacionadas por
y = kx, se dice que *k* es la constante de proporcionalidad entre ellas.

Convergencia: Es una propiedad de ciertas sucesiones. La convergencia en probabilidad es la aparición de patrones en los resultados de una variable aleatoria según aumenta la muestra.

Coplanarios: Puntos situados en un mismo plano.

Corolario: Es una consecuencia inmediata de un teorema.

Corona circular: Figura plana comprendida entre dos circunferencias concéntricas.

Correlación: La relación entre dos conjuntos de datos. Dos conjuntos de datos pueden tener correlación positiva si aumenta o disminuyen juntos y correlación negativa si uno de los conjuntos aumenta como el otro conjunto disminuye o no tener.

Correspondencia de uno a uno: Función entre dos conjuntos que empareja cada elemento del dominio con exactamente un elemento del margen y cada elemento del margen con exactamente un elemento de dominio.

Cosecante: Función trigonométrica que corresponde a la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto. Es el recíproco de la función seno.

Coseno: Función trigonométrica que corresponde a la razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

Crecimiento exponencial: Cambia en una cantidad o población que se puede describir mediante una ecuación con la forma $y = \alpha \cdot b^x$, donde α representa el tamaño de la población inicial, *b* es la suma de dos porcentajes -100 (representa la población inicial) y *r* (representando la tasa de crecimiento) - y *x* representa un período de tiempo.

Cuadrado: Paralelogramo de cuatro lados iguales y cuatro ángulos congruentes (rectos). Es un rombo rectángulo. También es cuando un número tiene una potencia de dos.

Cuadrado de un binomio: Es igual al cuadrado del primer término más o menos el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{ó} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Cuadrado de un residual: El cuadrado de la distancia desde un punto de datos y el modelo en general, cuanta más pequeña es la suma de los cuadrados de los residuales, más se aproxima a los datos de un modelo.

Cuadrilátero: Polígono de cuatro lados.

Cuartil: Intervalos que se obtienen al dividir en cuartos el conjunto de datos, ordenados de menor a mayor o viceversa.

Cuerda: Segmento que une dos puntos cualesquieras de la circunferencia.

Deca: Prefijo griego que significa 10.

Década: Período de diez años.

Decaedro: Poliedro de diez caras.

Decágono: Polígono de diez lados.

Decágono regular: Polígono convexo de diez lados y ángulos congruentes.

Decagramo: Medida de masa equivalente a diez gramos.

Decalitro: Medida de capacidad equivalente a diez litros.

Decámetro: Medida de longitud equivalente a diez metros.

Decena: Conjunto formado por diez unidades.

Deci: Prefijo que significa décima parte.

Decigramo: Medida de masa equivalente a la décima parte del gramo.

Decilitro: Medida de capacidad equivalente a la décima parte del litro.

Décima: Cada una de las diez partes iguales en que se divide una unidad o un todo.

Decímetro: medida de longitud equivalente a la décima parte del metro.

Deducción: Conclusión basada en un conjunto de proposiciones verdaderas.

Delta (Δ): Cuarta letra del alfabeto griego, en el caso de delta mayúscula tiene la forma de un triángulo.

Demostración: Proceso por el cual, mediante una serie de razonamientos lógicos, se llega a establecer la verdad de una proposición o teorema a partir de cierta hipótesis.

Denominador: Parte de una fracción que indica en cuántas partes está dividido un todo o la unidad.

Descomposición prima: Descomponer un número en sus factores primos.

Desfase (o *desfasaje*): Entre dos ondas es la diferencia entre sus dos fases (ondas). Cambio horizontal. Esta diferencia de fases se mide en un mismo instante para las dos ondas, pero no siempre en un mismo lugar del espacio. El desfase de una función es que tanto está corrido el inicio de la gráfica de la función tomando como referencia a algún punto del eje de coordenadas en el plano cartesiano, habitualmente se toma como punto de referencia el punto de origen del sistema de coordenadas es decir el punto (0,0).

Desigualdad: Relación matemática que indica que dos expresiones no son iguales.

Desplazamiento: Cambio en la posición de un objeto; tiene tanto magnitud como dirección.

Desplazamiento de fase: La diferencia en fase entre dos formas de onda. El desplazamiento de fase puede ser considerado positivo o negativo; eso quiere decir que una forma de onda puede ser retrasada relativa a otra o una forma de onda puede ser avanzada relativa a otra. Esos fenómenos se llaman atraso de fase y avance de fase respectivamente

Desviación: En Estadística, diferencia de cada valor con el promedio.

Desviación absoluta media: Medida del margen de variación que describe la distancia promedio desde la media para los números en el conjunto de datos.

Desviación estándar: Una medida del margen de variación que se representa a menudo por la letra griega σ (sigma) y que se determina mediante la siguiente fórmula, donde u representa la media y n es el número de elementos en el conjunto.
En resumen, es como un promedio de cuánto se desvían los datos de la media.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \ldots + (x_n - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

Desviación estándar de una muestra: En tamaño es n.

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Determinante (de una matriz **M** 2 x 2): La diferencia de las dos diagonales de la matriz; representada por det **M** o $|\mathbf{M}|$; para una matriz **M** en la forma que se indica a continuación, det **M** = ad - bc.

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Diagonal: Segmento rectilíneo que une dos vértices no consecutivos de una figura geométrica. También en una matriz existen diagonales, diagonal principal y diagonal secundaria.

Diagrama de árbol: Un modelo matemático que muestra todos los resultados posibles para una serie de eventos o decisiones; cada segmento de línea en un diagrama de árbol es una rama.

Diagrama de caja y línea: Un método para mostrar la mediana, cuartiles y extremos de un conjunto de datos. En el siguiente ejemplo el valor mínimo es 0 el valor del primer cuartel (Q1)

es 2, el valor de la mediana es 3, el valor del tercer cuartel (Q3) es 5 y el valor máximo de estos datos es 6.

Diagrama de dispersión: Una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Una línea que pasa cerca de la mayoría de los puntos de datos es llamada línea ajustada.

Diagrama de tallo y hojas: Muestra los valores en un conjunto de datos dispuestos como un tallo y unas hojas; para simplificar la interpretación, los datos se suelen ordenar y se incluye una leyenda.

Diámetro: Cuerda que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos semicircunferencias. Equivale al doble del radio y es la máxima cuerda que se puede trazar en una circunferencia.

Dilatación: Una transformación que empareja un punto **P**, el centro, con sí mismo y cualquier otro punto **X** con un punto **X** en el rayo **PX,** de modo que **PX /PX = r,** donde *r* es el factor de escala; una dilatación con centro **C** y factor de escala *r* se representa como $\mathbf{D}_{C,r}$.

Distancia (entre dos puntos en dos dimensiones): Se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \ .$$

Distancia (entre dos puntos en tres dimensiones): Se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \ .$$

Duplo: Prefijo griego que significa doble.

Disco: Es la unión de la circunferencia con el círculo.

Discriminante: La expresión $b^2 - 4ac$ se la denomina discriminante. Si a, b y c son números reales y el discriminante es mayor que cero, las soluciones o raíces de la ecuación serán reales y distintas; si el discriminante es igual a cero, las raíces serán reales e iguales y si el discriminante es menor que cero, la ecuación no tendrá soluciones reales pero sí en el campo complejo, donde habrá dos raíces conjugadas.

Disjuntos: Conjuntos cuya intersección es vacía.

Dispersión: Medida cuantitativa de la dispersión de una distribución de datos.

Divergencia: Es serie infinita que no es convergente.

Dividendo: Número que se divide por otro.

Docena: Conjunto formado por 12 unidades.

Dodecaedro: Poliedro de 12 caras.

Dodecágono: Polígono de 12 lados.

Dominio: Es el conjunto formado por los primeros elementos de los pares ordenados en una relación o función.

e: Número irracional trascendental que puede obtenerse como límite de la sucesión cuando n tiende a infinito.:

Ecuación: Toda igualdad válida solo para algunos valores de la(s) variable(s). Ejemplos: $6x = 18$; $x - y = 7$.

Ecuación cuadrática: Ecuación de segundo grado o cuadrática se expresa mediante la relación $ax^2 + bx + c = 0$, donde a es distinto de 0.

Ecuación cúbica: Ecuaciones de tercer grado o cúbicas son del tipo $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, donde a es distinto de 0.

Ecuación cuártica: Las ecuaciones de cuarto grado o cuárticas, $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, para a distinto de 0.

Ecuación diferencial: Ecuación que contiene derivadas.

Ecuación exponencial: Ecuación en la cual la incógnita aparece en algún exponente.

Ecuación lineal:

En una variable (x) es una ecuación de la forma $ax+b=c$, en la cual a,b,y c son números reales y a es diferente de cero.
Ejemplos: $2x +3 =7$ o $5x – 4 = 8x +3$

En dos variables (x e y) es una ecuación de la forma $ax +by = c$,en la cual a,b y c son números reales y a o b no son ambos cero.
Ejemplos: $2x +5y = 15$ o $y = -7x +3$

Ecuación literal: Ecuación cuyas cantidades conocidas están representadas por letras.

Ecuación logarítmica: Ecuación en la cual aparecen expresiones logarítmicas.

Ecuación trigonométrica: Aquella cuyas incógnitas son el asunto principal de las funciones trigonométricas.

Ecuaciones trigonométricas: Una ecuación trigonométrica es una ecuación en la que aparece una o más razones trigonométricas.

Ecuaciones equivalentes: Ecuaciones que tienen las mismas soluciones.

Equilátero: Polígono que tiene sus tres lados congruentes. Ejemplos: triángulo equilátero, pentágono equilátero.

Elemento: Cada uno de los objetos pertenecientes a un conjunto.

Elipse: Lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos dados es constante. Los puntos dados se denominan focos de la elipse.

Endomorfismo: Homomorfismo de una estructura en sí misma.

Eneágono: Polígono de nueve lados.

Eneágono regular: Polígono de nueve lados iguales.

Épsilon (ε): Quinta letra del alfabeto griego.

Equidistante: Que está a la misma distancia.

Equivalente: Que tiene igual valor.

Error absoluto: Diferencia entre el valor exacto y el valor encontrado en una medida.

Error relativo: Cociente entre el error absoluto y la medida exacta.

Escalar: Magnitud que queda completamente determinada por un número real.

Escaleno (triángulo): Triángulo que tiene sus tres lados desiguales.

Escaleno (trapecio): Trapecio con un par de lados paralelos.

Esfera: Cuerpo limitado por una superficie cuyos puntos equidistan de otro interior llamado centro.

Espacio muestral: El conjunto de los posibles resultados de un experimento, su tamaño es n (minúscula).

Euclídeo: Que hace referencia a Euclides o se basa en sus principios matemáticos.

Evento: Un subconjunto del espacio de muestra.

Eventos incompatibles: Se refiere a dos sucesos que no pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, de intersección vacía.

Eventos complementarios: Dos eventos tales que solo uno es el posible. Por ejemplo, el evento "E ocurre" es el complemento del evento "E que no ocurre."

Eventos dependientes: Eventos que no son independientes. El resultado de uno depende del resultado del otro.

Eventos independientes: Eventos para los cuales la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento individual no se ve afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de cualquiera de los demás eventos; para dos eventos independientes A y B,

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B);$$

esta definición puede extenderse a cualquier número de eventos independientes.

Eventos mutuamente excluyentes: Dos eventos que no pueden ocurrir al mismo tiempo en una sola prueba; para dos eventos mutuamente excluyentes A y B,
P(A y B) = 0.

Excéntricas: Figuras cuyos centros no coinciden.

Exponente: Número que indica la potencia a la que hay que elevar una cantidad.

Expresión algebraica: Es un conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí por los signos de las operaciones aritméticas como sumas, diferencias, multiplicaciones, divisiones, potencias y extracción de raíces.

Expresión racional: Es una expresión de la forma

$$\frac{p(x)}{q(x)}$$

donde $p(x)$ y $q(x)$ son polinomios y $q(x) \neq 0$. Al igual que en las fracciones numéricas, al polinomio *p(x)* se le llama el numerador y al polinomio *q(x)* se le llama el denominador.

Extremos relativos: Máximo y mínimo relativo de una función real.

F: Letra usada para designar una función.

Factor: Cada uno de los términos de una multiplicación.

Factorial: Producto obtenido al multiplicar un número positivo dado, por todos los enteros positivos inferiores a ese número hasta llegar a 1. Se simboliza por **n !.** *Se define* ***0! =1.***

Factorización: Es una técnica que consiste en la descripción de una expresión matemática (que puede ser un número, una suma, una matriz, un polinomio, etc.) en forma de producto. Existen diferentes métodos de factorización, dependiendo de los objetos matemáticos estudiados; el objetivo es *simplificar* una expresión o reescribirla en términos de «bloques fundamentales», que recibe el nombre de **factores**, como por ejemplo un número en números primos o un polinomio en polinomios irreducibles.

Fase - es una medida de la diferencia de tiempo entre dos ondas senoidales. Aunque la fase es una diferencia verdadera de tiempo, siempre se mide en términos de ángulo, en grados o radianes. Eso es una normalización del tiempo que requiere un ciclo de la onda sin considerar su verdadero **periodo** de tiempo.

Finito: Que tiene fin, término o límite.

Fórmula: Es una ecuación que relaciona una variable con otras variable y/o cantidades.

Ejemplo: Fórmulas

a. distancia: d = vt

b. Interés simple: I = Prt

c. Área de triángulo: A = bh/2 = (1/2)bh

Fórmulas de ángulo doble:

$$\sin(2u) = 2\sin u \cos u$$

$$\cos(2u) = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$\cos(2u) = 2\cos^2 u - 1$$

$$\cos(2u) = 1 - 2\sin^2 u$$

$$\tan(2u) = \frac{2\tan u}{1 - \tan^2 u}$$

Fórmulas de ángulo medio:

$$\sin\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

$$\cos\frac{\theta}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2}=\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$$

Fórmula de punto medio: Si A(x_1,y_1) y B(x_2,y_2) son dos puntos en el plano cartesiano. Entonces el punto medio del segmento AB se define por:

$$\text{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right).$$

Fracción decimal: Fracción que tiene por denominador una potencia positiva de 10.

Fracción impropia: Fracción mayor que uno; fracción cuyo numerador es mayor que el denominador.

Fracción irreductible: Fracción que no se puede simplificar más; el numerador y el denominador son relativamente primos.

Fracción propia: Aquella cuyo numerador es menor que el denominador; fracción menor que uno.

Fracciones equivalentes: Aquellas que tienen el mismo valor.

Frecuencia: Es una medida para indicar el número de repeticiones de cualquier fenómeno o suceso periódico en una unidad de tiempo.

Función: Una relación entre dos variables en la cual el valor de la variable dependiente depende del valor de la variable control. Solo puede haber un valor de la variable dependiente para cada valor de la variable control.

Función continua: Una función f(x) es continua en $x = x_0$ si y solo si:

1) Existe lim f(x) = L cuando x tiende a x_0.
2) Existe $f(x_0)$ tal que $f(x_0) = L$.

Función exponencial: Una **función exponencial** con base b es una función de la **forma $f(x) = b^x$** , donde b y x son números reales tal que b > 0 y b es diferente de uno. El **dominio** es el conjunto de todos los números reales y el **recorrido** es el conjunto de todos los números reales positivos.

Función impar: Cuando tomando cualquier x en el dominio de f se tiene que f(-x) = -f(x). Su gráfica es simétrica al eje de Y.

Función inversa: Una función puede tener inversa, es decir, otra función que al componerla con ella resulte en la identidad.

Función invertible: Una función puede que no tenga inversa, pero puede ser invertible. Si NO es una función biunívoca entonces se le puede restringir su dominio y así hallar su inversa.

Función lineal: Se define una función lineal con dos variables como una expresión de la forma f(x, y) = ax + by + c. Su representación gráfica es una recta en el espacio.

Función par: Cuando tomando cualquier x en el dominio de f se tiene que f(-x) = f(x). Su gráfica es simétrica al origen.

Función periódica: Si los valores de la función se repiten conforme se añade a la variable independiente un determinado período F(x)=F(x+ P), P es el período.

Función trigonométrica: Se pueden definir por las relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo; si llamamos a uno de esos ángulos agudos α y *a* su lado opuesto, b al lado adyacente y h es la hipotenusa.

Sen α = a/h	Csc α = h/a
Cos α = b/h	Sec α = h/b
Tan α = a/b	Cot α = b/a

Funciones circulares: Denominamos funciones trigonométricas circulares a aquellas funciones trigonométricas referenciadas en la circunferencia. Sea α un ángulo cualquiera en el círculo:

Sen α = y	Csc α = 1/y, si y ≠ 0
Cos α = x	Sec α = 1/x, si x ≠ 0
Tan α = y/x, x≠ 0	Cot α = x/y, si y ≠ 0

Funciones trigonométricas: También llamada circular, es aquella que se define por la aplicación de una **razón trigonométrica** a los distintos valores de la variable independiente, que ha de estar expresada en **radianes**. Existen seis clases de funciones trigonométricas: seno, cosecante, coseno, secante; tangente y la cotangente.

Sen α = a/h	Csc α = h/a, si y ≠ 0
Cos α = b/h	Sec α = h/b, si x ≠ 0
Tan α = a/b, x≠ 0	Cot α = b/a, si y ≠ 0

a es el lado opuesto a α, b es el lado adyacente a α y α es un ángulo agudo del triángulo.

Funciones trigonométricas inversas: Las más comúnmente usadas son:

- Arcoseno es la función inversa del seno de un ángulo. El significado geométrico es: el arco cuyo seno es dicho valor: $y = \sin^{-1}x$ *ó* $y = \arcsin x$.
- Arcocoseno es la función inversa del coseno de un ángulo. El significado geométrico es: el arco cuyo coseno es dicho valor: $y = \cos^{-1}x$ *ó* $y = \arccos x$.
- Arcotangente es la función inversa de la tangente de un ángulo. El significado geométrico es: el arco cuya tangente es dicho valor: $y = \tan^{-1}x$ *ó* $y = \arctan x$.

Gamma (γ): Tercera letra del alfabeto griego.

Geometría: Rama de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras y las relaciones entre los puntos, líneas, ángulos, superficies y cuerpos.

Geometría plana: Trata de las figuras que son conjunto de puntos que están situados en un plano. Ejemplo: punto, rectas, segmentos, rayos, polígonos, círculo, etc.

Geometría del espacio: Trata de las figuras cuyos elementos no están todos en el mismo plano.

Grado de un término algebraico: Es la suma de los exponentes de la parte literal de un término algebraico.

Hecta: Prefijo que significa cien (100).

Hectárea: Medida de superficie que equivale a 10,000 metros cuadrados.

Hectógramo: Medida de masa equivalente a 100 gramos.

Hectólitro: Medida de capacidad equivalente a 100 litros.

Hectómetro: Medida de longitud equivalente a 100 metros.

Hemisferio: Cada una de las dos partes de una esfera, limitadas por un círculo máximo.

Heptaedro: Poliedro de siete caras.

Heptágono: Polígono de siete lados.

Heptágono regular: Polígono de siete lados iguales.

Hexa: Prefijo que significa seis.

Hexaedro: Poliedro de 6 caras regulares, más conocido como cubo.

Hexágono: Polígono de seis lados.

Hexágono regular: Polígono convexo de seis lados congruentes. Sus ángulos interiores son congruentes y miden 120° cada uno.

Hexagrama: Figura plana compuesta de dos triángulos equiláteros que se cortan entre sí, de modo que cada lado de uno es paralelo a un lado del otro y forman un hexágono.

Hipérbola: Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancia a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

Hipotenusa: El mayor de los lados de un triángulo rectángulo y que es opuesto al ángulo recto.

Hipótesis: Enunciado o proposición que se toma como base de un razonamiento matemático.

Homogéneo: Compuesto o formado por elementos de igual naturaleza.

i: Símbolo de la unidad imaginaria, $i = \sqrt{-1}$.

Icosaedro: Poliedro de veinte caras.

Icosaedro regular: Poliedro de veinte caras iguales que son triángulos equiláteros.

Identidad: Igualdad que se cumple para cualquier valor de la(s) variable(s) que contiene. Ejemplo, x + y = y + x.

Identidad trigonométrica fundamental: $\text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$, efectuando sencillas operaciones permite encontrar unas 24 identidades más.

Identidades recíprocas- Se definen la **cosecante**, la **secante** y la **cotangente**, como las razones recíprocas al **seno**, **coseno** y **tangente**, del siguiente modo: csc x = 1/cos x ; sec x = 1/cos x; cot x = 1/tan x.

Identidades Trigonométricas: Es una igualdad entre expresiones que contienen funciones trigonométricas y es válida para todos los valores del ángulo en los que están definidas las funciones (y las operaciones aritméticas involucradas).

Identidades trigonométricas pitagóricas-

$$sen^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

Incentro: Punto en que se cortan las bisectrices interiores de un triángulo. Este punto es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

Incógnita: Cantidad desconocida.

Incompatible (Sistema): Sistema de ecuaciones que no tiene ninguna solución común.

Infinitesimal: Cantidad infinitamente pequeña de límite cero.

Inscrito (Ángulo): Ángulo cuyo vértice está sobre una circunferencia y vale la mitad del arco que subtiende.

Interpolación: Método para encontrar valores de una sucesión entre otros dos conocidos.

Intersección: Elementos comunes a dos o más conjuntos.

Intervalo o clase: En Estadística, agrupación de datos o sucesos.

Isomorfismo: Correspondencia biunívoca entre dos conjuntos que conservan las operaciones. Toda aplicación biyectiva que cumpla que f(a*b) = f(a) * f(b) es un isomorfismo.

Isósceles (Triángulo): Triángulo que tiene dos de sus lados congruentes.

Isósceles (Trapecio): Trapecio que tiene sus lados no paralelos congruentes.

Kilo: Prefijo que significa mil.

Kilogramo: Unidad de masa que equivale a mil gramos.

Kilolitro: Medida de capacidad equivalente a mil litros.

Kilómetro: Medida de longitud que equivale a mil metros.

Kilómetro cuadrado: Unidad de superficie equivalente a la de un cuadrado de lado 1 kilómetro.

Largo: Longitud de una cosa.

Lateral: Relativo a los bordes de los polígonos o a las caras de los poliedros.

Línea media: De una función periódica es la línea en el eje y a medio camino del valor máximo y el valor mínimo del eje de y de la función.

Logaritmo: El logaritmo de un número, respecto de otro llamado base, es el exponente a que hay que elevar la base para obtener dicho número.

Lugar geométrico: Conjunto de puntos que cumple con una determinada condición.

Macro: Prefijo que significa grande.

Matriz: Una organización de números en filas y columnas. El número de filas por el número de columnas resulta en la dimensión de la matriz.

Matriz de coeficientes: La matriz que representa los coeficientes de las variables cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, M es la matriz de coeficientes.

$$M \bullet X = C$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

Matriz de constantes: La matriz que representa las constantes cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, C es la matriz de constantes.

Matriz identidad: Matriz que, cuando se multiplica a la izquierda o a la derecha por otra, produce la misma matriz o transformación de identidad.
Por ejemplo, la matriz de identidad de 3 x 3 es:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Algo parecido ocurre con el 1 en una multiplicación. Ejemplo: 3X1=3 1X3=3, el número 1 es el elemento identidad, en algunos textos dice “elemento neutro”.

Máximo común divisor: El mayor número entero que es divisor de un conjunto de números enteros.

Media aritmética: Cociente entre la suma de los términos de una sucesión y el número de ellos. Lo conocemos regularmente con el nombre de promedio y su fórmula es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Media geométrica: Cada uno de los medios de una proporción continua y es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos.

Mediana (de un triángulo): Segmentos que unen los puntos medios de los lados de un triángulo.

Mediana (de un trapecio): Segmento que une los puntos de los lados no paralelos del trapecio.

Mediana (de un conjunto de datos): Valor central una vez ordenados los datos ascendente o descendentemente. La posición de la mediana, de ser impar el número de datos es $\frac{n+1}{2}$; y de ser par el número de los datos, la posición de la mediana es entre las posiciones $\frac{n}{2}$ y $\frac{n+2}{2}$, en cuyo caso se busca la media de los datos que están en esa posición.

Mediatriz (de un triángulo): Recta perpendicular, en el punto medio de un lado.

Mega: Prefijo que significa un millón.

Megámetro: Medida de longitud que equivale a 1.000 kilómetros.

Mensurable: Que se puede medir.

Metría: Sufijo que significa medida. Ejemplo: geometría $\rightarrow$ geo: tierra y metría: medida.

Micra: Medida de longitud equivalente a la millonésima parte de un metro.

Micro: Prefijo que significa la millonésima parte de la unidad principal.

Mili: Prefijo que indica milésima parte.

Miligramo: Milésima parte de un gramo.

Milímetro: Milésima parte del metro.

Milla: Unidad de longitud equivalente a 1.609,347 metros.

Millón: Mil veces mil.

Mínimo común múltiplo: Es el menor de los múltiplos comunes a varios números.

Minuendo: Cantidad de la que se resta otra en una sustracción.

Miria: Prefijo que significa diez mil.

Mitad: Cada una de las dos partes iguales en que se divide un todo.

Mixto: Número compuesto de un entero y una fracción.

Moda: Medida de tendencia central correspondiente al término que más se repite. Término de mayor frecuencia, en algunos casos hay más de una moda. Por ejemplo: si dos números se repiten la misma cantidad mayor de veces, en este caso decimos que la muestra es bimodal.

Monomio: Expresión algebraica de un solo término. Ejemplo: 7ª.

Muestreo: Estudia las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma.

Muestra: Un subgrupo de la población con el que se lleva a cabo un estudio o experimento. Su tamaño es n (minúscula).

Muestra aleatoria simple: Se selecciona de modo que cada miembro de la población tenga la misma oportunidad de ser incluido en la muestra.

Muestreo estratificado: Requiere que una población se divida en porciones; cada porción es un estrato; para producir una muestra estratificada, se toman muestras aleatorias de cada estrato; no es necesario que estas muestras sean del mismo tamaño. Ejemplo: género masculino y femenino son dos estratos.

Multiplicación: Operación aritmética que consiste en sumar tantas veces un número como lo indica otro número. Ambos son los factores y el resultado es el producto.

Múltiplo: Cantidad aritmética o algebraica que es producto de otras dos que son divisores de ellas.

IN: Símbolo que designa al conjunto de los números naturales, o sea, el 1, 2, 3, 4, 5.

Notación: Representación, forma particular de representar una situación matemática, ya sea un número, una expresión, una operación, una figura.

Notación decimal: Se refiere al valor numérico de una fracción.
Por ejemplo: 3/10 = 0.3.

Notación desarrollada: Escribir un número como la suma del valor de sus dígitos.
Por ejemplo: 6,895 = 6,000 + 800 + 90 + 5.

Notación expandida: Escribir un número de tal manera que se muestra el valor de cada dígito. Se muestra como la suma de cada dígito multiplicado por su valor de ubicación (unidades, decenas, centenas, etc.)
Por ejemplo: 4,265 = 4 x 1,000 + 2 x 100 + 6 x 10 + 5 x 1.

Notación exponencial: Escribir un número como expresión de una multiplicación sucesiva como una potencia.

Numerable: Conjunto con el que se puede establecer una correspondencia biyectiva con el conjunto de los números naturales.

Numerador: Parte de una fracción que indica las partes que se toman de una partición.

Número complejo: Número de la forma a + ib con a y b, números reales e $i^2 = -1$. También pueden ser representados por pares ordenados (a, b) donde **a** y **b** son números reales. El elemento **a** recibe el nombre de parte real y **b** parte imaginaria.

Número compuesto: Número que no es primo (excepto el uno).

Número de Fermat: Todo número de la forma $2^{2n}+1$; para cada n=1, 2, 3 ...

Número factorial: El producto de números consecutivos naturales

$$n! = (n)\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot.....3\cdot2\cdot1$$

En esta expresión se define que 0! = 1 y que 1! = 1.

Número fraccionario: Número que expresa una o varias partes de la unidad.

Número imaginario: Número que resulta de extraer la raíz cuadrada de un número negativo.

Número impar: Número que no es divisible exactamente por dos.

Número mixto: Número compuesto de entero y fracción.

Número negativo: Número menor que 0.

Número ordinal: El que expresa idea de orden o sucesión.

Número par: Número divisible exactamente por dos. Residuo cero.

Número perfecto: Número entero y positivo igual a la suma de sus divisores positivos, excluido él mismo.

Números pitagóricos: Ternas de números enteros positivos tales que el cuadrado de uno de ellos es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos. Si las longitudes de los dos lados de un triángulo son enteras y pitagóricas, el triángulo es rectángulo.

Número positivo: Número mayor que 0.

Número primo: El que solo es exactamente divisible por sí mismo y por uno. Los primeros son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ...

Número racional: Un número racional que puede ser escrito como un cociente de dos entero α , $b \neq 0$.

Número real: Cualquier número racional o irracional.

Número trascendente: Número que no es raíz de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales.

Número triangular: Número natural de la sucesión $n_0 = 1$, n_1 ... n_r ..., en la que $n_r = n_{r-1} + r + 1$... El número n_r es el de los puntos marcados en un esquema geométrico formado con triángulos.

Oblicuángulo: Triángulo que no tiene ningún ángulo recto.

Obtusángulo: Triángulo que tiene un ángulo obtuso.

Octógono: Polígono de ocho lados.

Octante: Cada una de las ocho partes iguales en que se puede dividir un círculo.

Octavo: Cada una de las ocho partes que se puede dividir un todo o una unidad.

Onda cosenoidal (ciclo): La parte de la gráfica de la función coseno correspondiente a $0 \leq x \geq 2\pi$.

Onda senoidal (ciclo): La parte de la gráfica de la función seno correspondiente a $0 \leq x \geq 2\pi$.

Operación binaria: Operación que se realiza con dos elementos al mismo tiempo.

Ordenada: Segundo componente del par ordenado (x, y) que determina un punto del plano en un sistema de coordenadas cartesianas.

Origen: Punto de intersección de los ejes de un sistema de coordenadas cartesianas.

Ortocentro: Punto del triángulo donde se cortan las alturas. Este punto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

Ortoedro: Paralelepípedo cuyas bases son rectángulos y sus aristas laterales perpendiculares a las básicas.

Ortogonal: Lo que está en ángulo recto.

Par: Todo número entero múltiplo de 2. Se representa por 2n.

Parábola: Lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan, a la vez, de un punto dado y de una recta dada. El punto dado es el foco y la recta dada, la directriz de la parábola. Gráfica que resulta de una ecuación cuadrada $y = ax^2 + bx + c$.

Paradoja: Razonamiento que parece demostrar que es cierto algo que evidentemente es falso.

Paralelepípedo: Prisma cuyas bases son paralelogramos.

Paralelogramos: Cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Además, todos los paralelogramos verifican las siguientes propiedades: los lados opuestos tienen la misma longitud, los ángulos opuestos son congruentes y las diagonales se cortan en su punto medio.

Paralogismo: Razonamiento incorrecto.

Paréntesis: Signo () en el que quedan encerradas ciertas operaciones y que indica el orden en que deben efectuarse.

Parte: Porción determinada de un todo.

Partición: Una partición del intervalo [a, b] es una colección de intervalos contenidos en [a, b], disjuntos dos a dos y cuya unión es [a,b].

Penta: Prefijo griego que significa cinco.

Pentadecágono: Polígono de 15 lados.

Pentadecágono regular: Polígono de 15 lados iguales. Cada ángulo interior mide 156°.

Pentágono: Polígono de 5 lados.

Pentágono regular: Polígono de 5 lados iguales. Cada ángulo interior mide 108°.

Perímetro: Longitud de una curva cerrada.

Perímetro de un polígono: Corresponde a la suma de las longitudes de sus lados.

Período: En una función periódica es la longitud del intervalo más pequeño que contiene exactamente una copia del patrón repetido (lo que tarda la función en repetirse).

Perpendicular: Dos figuras, como por ejemplo, rectas, segmentos, rayos, planos, que se intersecan formando ángulos rectos.

Pi: Número irracional que corresponde a la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

$$\pi = \frac{C}{d}$$

Este número tiene esta aproximación $\pi \approx 3.14159$ a cinco cifras después del punto, pero la aproximación más común es 3.14.

Pirámide: Cuerpo geométrico que tiene como base un polígono cualquiera y como caras laterales triángulos con un vértice común.

Pirámide truncada: Porción de pirámide comprendida entre la base y un plano paralelo a ella.

Plano cartesiano: Está formado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada **eje de las abscisas** o de las equis (x), y la vertical, **eje de las ordenadas** o de las yes, (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de **origen**. El **plano cartesiano** tiene como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se representan por sus **coordenadas o pares ordenados**.

Planos paralelos: Planos que no tienen ningún punto en común.

Población: Grupo de todos los objetos, personas u observaciones sobre los que se debe recolectar información. Su tamaño se expresa con la **N** mayúscula.

Poliedro: Sólido limitado por polígonos llamados caras.

Poliedro regular: Poliedro cuyas caras son polígonos regulares.

Polígono: Figura plana limitada por una línea poligonal cerrada.

Polígono circunscrito: Un polígono está circunscrito a una circunferencia cuando sus lados son tangentes a la misma.

Polígono convexo: Polígono cuyos ángulos interiores son todos menores o iguales a 180°.

Polígono equiangular: Polígono que tiene todos sus ángulos interiores iguales.

Polígono equilateral: Polígono que tiene todos sus lados iguales.

Polígono inscrito: Un polígono está inscrito en una circunferencia cuando todos sus vértices son puntos de la circunferencia.

Polígono circunscrito: Todos los lados del polígono son tangentes a una circunferencia.

Polígono regular: Polígono que tiene de igual medida sus lados y congruentes sus ángulos.

Polígonos semejantes: Dos polígonos son semejantes si tienen ángulos iguales y sus lados correspondientes proporcionales.

Polinomio (en una sola variable): Expresión algebraica con la forma general

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots a_1 x^1 + a_0$$

donde n es un número entero y los coeficientes a_i son números reales para $i = 0, 1, 2\ldots, n$.

Porcentaje: Es una forma de expresar un número como una fracción de 100.

Postulado: Principio que se admite sin demostración.

Potencia: Producto de un número, llamado base, por sí mismo, n veces.

Primo: Número divisible solo por sí mismo y por la unidad 1. Los primeros naturales son: 2, 3, 5, 7, 11...

Primos entre sí (relativamente primos): Números cuyo único divisor es el 1.

Prisma: Poliedro limitado por varios paralelogramos y por dos polígonos iguales cuyos plano son paralelos.

Probabilidad: La razón del número favorable de resultados al número total de resultados.

Probabilidad condicional: Es la probabilidad de que un evento suceda dado que un evento inicial ya ha ocurrido; la probabilidad de que el evento B suceda dado que el evento A ya ha ocurrido, se representa como $P(B \mid A)$.

Probabilidad experimental (de un evento): La razón entre la cantidad de veces que un evento ocurre y la cantidad total de pruebas.

Probabilidad teórica (de un evento): La razón entre el número de resultados en un evento y el número total de resultados en el espacio de muestra, donde cada resultado en el espacio de muestra tiene la misma probabilidad de ocurrir; puede escribirse como P(E).

Producto: Es el resultado que se obtiene al multiplicar dos o más factores.

Proporción: Es la igualdad de dos razones.

Proporcionalidad inversa: Dos cantidades son inversamente proporcionales si al multiplicar una, la otra disminuye en el mismo factor.

Punto medio: En matemática, es el punto que se encuentra a la misma distancia de cualquiera de los extremos de un segmento y divide al mismo en dos partes iguales. En ese caso, el punto medio es único y equidista de los extremos del segmento. Por cumplir esta última condición, pertenece a la **mediatriz** del segmento.

Formula de punto medio: Si $A(x_1,y_1)$ y $B(x_2,y_2)$ son dos puntos en el plano cartesiano. Entonces el punto medio del segmento AB se define por:

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right).$$

Q: Símbolo con el que se representa el conjunto de los números racionales.

Quintal: Medida de peso que equivale a 100 kg.

Quinto: Cada una de las partes que resultan al dividir un todo o unidad en cinco partes iguales.

Quíntuplo: Cinco veces una cantidad.
I_R: símbolo con el cual se designa a los números reales.

Racionalizar: Operación que consiste en eliminar la raíz del denominador.

Radián: Unidad de medida de ángulos que equivale a un ángulo que con el vértice en el centro de la circunferencia subtiende un arco de longitud igual al radio de esta circunferencia.

Radicación: Operación inversa a la potenciación que consiste en encontrar la base de una potencia, dados el resultado de ella y su exponente.

Radical: Símbolo que indica la operación de extraer raíz.

Radio (de una circunferencia): Segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

Radio (de una esfera): Segmento que une el centro de la esfera con un punto cualquiera de la superficie esférica.

Raíz (de una ecuación): Solución de una ecuación.

Raíz cuadrada: Expresión radical de índice dos.

Raíz cúbica: Expresión radical de índice tres. $\sqrt[3]{x}$

Rango: En Estadística es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos ordenados.

Razón: Comparación entre dos cantidades.

Razón de cambio: Se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio.

Recíproco: Corresponde al valor inverso de un número, de manera tal que al efectuar el producto entre ambos resulta 1.

Recta: Es la representación gráfica de una función de primer grado. Toda función de la forma y = ax + b de IR en IR representa una línea recta en el plano cartesiano.
En la Geometría, la recta es un conjunto infinito de puntos colineales.

Rectas paralelas: Rectas, en un mismo plano, que no tienen puntos en común, rectas contenidas en el mismo plano y no se intersecan.

Rectas perpendiculares: Rectas que al cortarse forman un ángulo de 90°.
(Eliminar palabra línea y colocarla bajo la R).

Rango (campo de valores o alcance): Es el conjunto formado por los segundos elementos de los pares ordenados en una relación o función.

Razón de cambio: Se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio.

Rectángulo (triángulo): Triángulo que tiene un ángulo recto. En este se aplica el Teorema de Pitágoras.

Rectángulo (cuadrilátero): Paralelogramo con lados opuestos iguales y sus cuatro ángulos congruentes.

Rectángulo (trapecio): Trapecio que tiene un lado perpendicular a las bases.

Recursión: Proceso de usar una fórmula recursiva.

Reflexión (en una línea): Transformación que empareja cada punto de la línea con sí mismo y cada punto de la preimagen con un punto correspondiente de la imagen, de manera que la línea de reflexión sea la bisectriz perpendicular del segmento que conecta cada punto en la preimagen con su imagen; una reflexión en una línea m se representa como r_m.

Reflexiva: Propiedad de las relaciones binarias que indica que todo elemento está relacionado consigo mismo.

Región: Parte del espacio.

Relación: Una *relación* es una regla de correspondencia que a cada elemento de un conjunto A le asigna elementos en un conjunto B. Es un conjunto de pares ordenados.

Residuo: La cantidad que sobra luego de una división (como pasa si un número no puede ser dividido exactamente por otro).

Revolución: Rotación alrededor de un eje de cualquier figura.

Rombo: Paralelogramo de cuatro lados y dos pares de ángulos congruentes.

Romboide: Paralelogramo que tiene dos lados opuestos iguales y dos pares de ángulos opuestos congruentes.

Rotación: Giro alrededor de un eje.

Sagita: Perpendicular del arco a su cuerda en el punto medio.

Secante: Recta que intercepta a la circunferencia en dos puntos no coincidentes. Toda secante determina una cuerda. En textos anteriores se refiere a la recta transversal.

Sección: Figura que resulta de la intersección de una superficie con un sólido.

Sección cónica: Sección que se origina al cortar con un plano un cono circular recto. Surgen de este corte las famosas cónicas: el círculo, la elipse, la parábola y la hipérbola.

Sector circular: Región limitada por dos radios y el arco subtendido por ellos.

Segmento: Porción de recta limitada por dos puntos.

Segmento circular: Región limitada por una cuerda y el arco determinado por ella.

Segundo: Unidad de tiempo que equivale a la 1/60 parte de un minuto.

Semana: Período de tiempo de siete días.

Semejantes (Figuras): Figuras cuyos ángulos correspondientes son congruentes y sus segmentos correspondientes proporcionales.

Semejantes (Términos): Términos que tienen el mismo factor literal.
Por ejemplo: 5ab y -7ab.

Semestre: Período de seis meses.

Semi: Prefijo que significa mitad.

Seno (de un ángulo): Razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa en un triángulo rectángulo. En el círculo unitario, es el valor y de las coordenadas del punto en la circunferencia que coincide con el ángulo o el radian al que le buscamos el seno.

Serie: Es la suma de los términos de una sucesión.

Serie aritmética: Serie cuyos términos forman una progresión aritmética.

Serie convergente: Serie que tiene un límite definido.

Serie divergente: Serie que no tiene un límite definido.

Serie geométrica: Serie cuyos términos forman una progresión geométrica.

Serie geométrica infinita: Es aquella en la que cada término es el término anterior multiplicado por una constante.

Por ejemplo: 1, 2, 4, 8... En la que cada término es el anterior multiplicado por 2. "Resolver" una serie geométrica infinita quiere decir calcular si tiene una suma no infinita, y si la tiene, averiguar cuál es.

Sexagesimal: Sistema de medición de ángulos. Divide a la circunferencia en seis partes de 60º cada una, obteniendo un giro completo de 360º.

Sexagésimo: Cada una de las 60 partes iguales en que se puede dividir un todo.

Sexto: Cada una de las seis partes iguales en que se puede dividir un todo.

Sextuplo: Seis veces una cantidad.

Siglo: Período de tiempo correspondiente a cien años.

Sigma: Letra griega correspondiente a nuestra S, la mayúscula ($\sum$) se utiliza para denotar una sumatoria y la minúscula (σ) se utiliza como variable de una desviación estándar.

Símbolo: Representación convencional de un número, cantidad, relación, operación, etc.

Simetría: Cuando un polígono se puede doblar resultando dos mitades exactamente iguales, el polígono tiene simetría. La línea de doblez se llama línea de simetría.

Simetría axial: Es la simetría con respecto a un eje o recta.

Simetría radial: Simetría con respecto al centro de un círculo.

Simplificar: Es transformar una fracción en otra equivalente cuyos términos son menores que la fracción original.

Sistema de Numeración: Conjunto de normas que se utilizan para escribir y expresar cualquier número.

Sucesión: Es un conjunto ordenado de objetos matemáticos, generalmente números. Cada uno de ellos es denominado *término* (también *elemento* o *miembro*) de la sucesión y al número de elementos ordenados (posiblemente infinitos) se le denomina la *longitud* de la sucesión. No debe confundirse con una serie matemática, que es la suma de los términos de una sucesión. De manera formal, una sucesión puede definirse como una función sobre el conjunto de los números naturales (o un subconjunto del mismo) y es por tanto una función discreta.

Sucesión aritmética: Sucesión de números reales tal que la diferencia entre cada término y su precedente es una diferencia constante; a esta diferencia "d" se la denomina razón de la progresión, tal como: 2, 5, 8, 11, 14 ...

Sucesiones convergentes: Son las que tienen límite.

Sucesión geométrica: Sucesión de números reales tal que cada término se obtiene multiplicando su precedente por un valor constante "r", denominado razón de la progresión. Por ejemplo 3, 6, 12, 24, 48 ....

Suceso: Es una de las conclusiones posibles de un experimento aleatorio.

Sucesos Independientes: Dos sucesos son independientes si el resultado de uno no afecta el resultado del otro.

Sumatoria: Proceso consecutivo de sumas. Generalmente, se escribe así $\sum x$, pero con sus indicadores se escribe así: $\sum_{i=1}^{n} x_n = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$. Pueden existir dobles sumatorias, en cuyo caso se usan generalmente i y j como subscritos.

Ejemplo: $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}$ donde x_{ij} es un elemento de una matriz.

Tangente: Recta que interseca a la circunferencia en un solo punto, llamado punto de tangencia. Es perpendicular al radio que pasa por ese punto.

Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud del lado más largo (la hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los demás lados (los catetos). $c^2 = \alpha^2 + b^2$.

Teorema del residuo: Si un polinomio de x, f(x), se divide entre (x - a), donde a es cualquier número real o complejo, entonces el residuo es f(a).

Término algebraico: Expresiones que contienen números y variables (letras).

Términos semejantes: Parte literal en forma idéntica.

Teselado: Un patrón de formas repetidas que cubre un plano entero sin espacios ni traslapes.

Transversal: Recta que interseca a otras dos rectas coplanarias en dos puntos diferentes. En otros textos se refieren a esta como secante.

Trapecios: Cuadrilátero irregular que tiene paralelos en solamente dos de sus lados.

Trapecio isósceles: Cuadrilátero con dos lados paralelos y con los otros no paralelos congruentes. Tiene dos pares de ángulos congruentes y dos pares de ángulos suplementarios. .

Trapezoides: Cuadrilátero irregular que no tiene ningún lado paralelo a otro.

Triángulo acutángulo: Triángulo que tiene sus tres ángulos agudos.

Triángulos semejantes: Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes congruentes y lados correspondientes proporcionales.

Triángulo obtusángulo: Triángulo con un ángulo interior mayor de 90°.

Triángulo rectángulo: Triángulo con un ángulo interior de 90°.

Triángulos semejantes: Son triángulos con las mismas medidas de sus tres ángulos.

Trigonometría: Estudio de las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo por las funciones trigonométricas de los ángulos.

Trinomio: Expresión algebraica de tres términos.

Valor absoluto: Valor positivo de una cifra, independiente del lugar que ocupe o del signo que vaya precedida. Existe también, el **opuesto del valor absoluto**, en cuyo caso es un valor siempre negativo.

Valor relativo: Valor que depende de la posición que dicha cifra ocupa en el número.

Variable: Un símbolo, usualmente una letra, que representa un número.

Variación combinada: Se dice que z varía directamente con x e inversamente con y, si existe k>0 de forma tal que z = kx/y.

Variación conjunta: Se dice que *z* varía conjuntamente con *x* e *y* (varía directamente con ambas variables), si existe k>0 de forma tal que *z* = k*xy*.

Variación directa: Se dice que *y* varía directamente con *x* (y es directamente proporcional a x), si existe k>0 de forma tal que *y* = k*x*.

Variación inversa: Se dice que *y* varía inversamente con *x* (y es inversamente proporcional a x), si existe k>0 de forma tal que *y* = k/*x*.

Velocidad angular: En una rueda que gira a velocidad constante, es el ángulo generado en una unidad de tiempo, por un segmento del centro del círculo a un punto P de la circunferencia.

Velocidad lineal: De un punto P de la circunferencia es la distancia que recorre por unidad de tiempo.

GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO

GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO

Actitud: Actitud es una predisposición que tiene el individuo para hacer algo. Los componentes básicos de una actitud son tres: cognitivos, afectivos y de comportamiento o conducta. Un conjunto de actitudes constituyen un valor. Las actitudes se desarrollan en el aula por técnicas metodológicas y conductas prácticas.

Actividad: Cada una de las experiencias educativas a las que el estudiante será expuesto para lograr los objetivos de la lección ofrecida.

Aprendizaje auténtico: Se refiere al aprendizaje significativo en el cual el (la) estudiante es responsable de su tarea y el (la) maestro(a) es un(a) colaborador(a) en vez de un mero transmisor del conocimiento. El alumno percibe y organiza sus experiencias de acuerdo con sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.

Aprendizaje constructivo: Significa que el alumno como aprendiz es constructor y la causa principal de su aprendizaje. Afecta a los métodos y formas de hacer en el salón de clase. Le surge el conflicto cognitivo al contraponer los nuevos conceptos con los conceptos y experiencias que el alumno posee. Es el aprendizaje por descubrimiento.

Aprendizaje significativo: Significa que el aprendiz solo aprende cuando encuentra sentido a lo que aprende. Condiciones para que lleve a cabo un aprendizaje significativo: (1) partir de los conceptos previos que el alumno posee, (2) partir de las experiencias que el alumno tiene y (3) relacionar adecuadamente entre sí los conceptos aprendidos.

***Assessment*:** Proceso mediante el cual se recopila información a través de diversas actividades en la sala de clase con el propósito de dar seguimiento al aprendizaje y así poder mantener niveles óptimos de calidad durante el proceso de aprendizaje y enseñanza. Existen una gran variedad de técnicas de *assessment* documentadas tales como: el diario reflexivo, la lista focalizada, organizadores gráficos, mapas de conceptos, poemas concretos, poemas syntu y cinquain, tirilla cómica o caricaturas, respuesta escrita inmediata, portafolios, preguntas abiertas, la observación, dinámicas de grupo, debates, trabajos de creación y pruebas de ejecución. Las hojas de cotejo y las rúbricas son instrumentos que se utilizan para evaluar los trabajos realizados. El *assessment* y la medición establecen la base de la evaluación.

Capacidad: Habilidad general que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Conjunto de destrezas, las cuales pueden clasificar en: cognitivas, psicomotoras, de comunicación y de inserción social.

Competencias: La totalidad de los conocimientos, destrezas y actitudes que pueda demostrar una persona en un nivel requerido en una determinada área o materia de estudio.

Concepto: Los conceptos, así como los esquemas y las reglas forman parte de la estructura cognoscitiva del ser humano. Son ideas generalizadas de experiencias particulares y relevantes al individuo. También se describen como regularidades en eventos u objetos designados por algún símbolo o signo; visión individual o mental de algo.

Constructivismo: Es la teoría basada en el enfoque cognitivo que concibe el aprendizaje como un proceso que resulta de una interacción con el medio ambiente o circunstancias en la cual la persona asimila nuevas experiencias y las integra a sus experiencias previas. La persona percibe y organiza sus experiencias de acuerdo con sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.

Contenido: Está representado por los temas y conceptos por unidad de estudio. Los contenidos curriculares deben estar orientados al desarrollo de conocimientos, destrezas y actitudes por nivel en los alumnos. Cada uno de los marcos curriculares de los programas contiene el contenido del curso. Con esta guía cada maestro puede atemperar dicho contenido a las necesidades particulares de sus estudiantes y así lograr un aprendizaje auténtico y por ende significativo.

Criterios: Son los indicadores a partir de los cuales basamos tanto la medición como el *assessment* para realizar la evaluación. Son los requisitos necesarios para llevar a cabo unas tareas que, como puntos de referencia más específicos, nos sirven para darles más precisión y así poder cualificar y cuantificar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Currículo: Programa de estudio que orientado en unos fundamentos filosóficos, sociológicos y sicológicos organiza el contenido o material en forma sistemática para facilitar unas experiencias de enseñanza y aprendizaje hacia el logro de unas metas u objetivos.

Destreza de aprendizaje: Habilidad específica que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Un conjunto de destrezas constituyen una capacidad.

Diseño curricular: Es una descripción gráfica que en forma delineada y bosquejada presenta los diferentes componentes y elementos de un programa educativo. Los componentes del currículo son: la filosofía educativa, las metas y objetivos, el contenido del curso, actividades de enseñanza y aprendizaje, recursos a utilizarse y la evaluación.

Estándares: Indicadores de calidad que, como puntos de referencia, se utilizan para valorar y juzgar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Estrategias instruccionales: Son todas aquellas técnicas y métodos de enseñanza que selecciona el maestro para exponer a los estudiantes con la intención de que reciba, internalice, modifique y evalúe las experiencias de aprendizaje a las cuales se confronta. Las estrategias contestan la pregunta: ¿cómo lo voy hacer?

Expectativa: Un enunciado que describe lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer al finalizar cada año escolar.

Evaluación: Es un proceso sistemático y continuo que integra todas las experiencias de enseñanza y aprendizaje para determinar el nivel o grado de efectividad en que los alumnos alcanzan los objetivos propuestos en un programa educativo. La evaluación hace uso de la medición y del *assessment* para llevar a cabo su función.

Evaluación diagnóstica

- Se lleva a cabo al **inicio de un curso** y usualmente se realiza mediante la administración de una o más pruebas.
- Su propósito es determinar fortalezas y debilidades de los estudiantes y así poder ubicarlos por niveles.

Al interpretar los resultados los maestros podrán determinar si los estudiantes están preparados para las destrezas del grado o si tiene que reenseñar.

Evaluación formativa

- Se lleva a cabo **durante el curso** con el propósito de dar seguimiento a la labor académica de los estudiantes y así poder determinar los logros alcanzados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Para lograr este tipo de evaluación se deben utilizar todos los medios y actividades tales: pruebas parciales, proyectos, informes escritos y orales, asignaciones y de *assessment*, entre otras.

Evaluación sumativa

- Se da **al finalizar el curso,** ya que es la suma total de los resultados obtenidos a través de todos los medios y actividades de evaluación llevados a cabo durante el curso.
- No es la prueba o examen final.
- Si el maestro da una prueba final o comprensiva, esta viene a ser parte de la evaluación sumativa.
- Con la evaluación sumativa se determina la nota o calificación final del estudiante.
- Los resultados de la evaluación sumativa se utilizan con fines administrativos para justificar propuestas y como fuente de información para demostrar la calidad del aprendizaje en competencias nacionales e internacionales.

Indicador (objetivo) de ejecución: Una aseveración que describe los resultados deseados. Constituye el próximo nivel de efectividad luego de las expectativas de grado.

Integración de la tecnología: Estrategia de enseñanza en la cual se utilizan diferentes medios audiovisuales (ejemplos: cine, radio, televisión, cámaras, vídeo y la computadora) como herramientas para fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Investigación en acción: Representa un proceso de autorreflexión e indagación sistemática del maestro sobre su propia práctica, con el propósito de establecer un plan de acción para mejorarla, en función del escenario mismo donde ejerce. Es un aspecto esencial en la importante tarea de adecuar el currículo a la realidad y necesidad de los estudiantes. De esta manera, el salón de clases constituye el principal campo de investigación, donde los maestros(a) pueden formular y comprobar sus hipótesis curriculares conjuntamente con sus estudiantes.

Lección: Es la clase que se planifica diariamente. Debe estar planificada en todas sus partes, de manera que se puedan lograr los objetivos establecidos. Un modelo genérico de planificación de una lección o clase debe contener las siguientes partes: Fecha, Curso, Maestro(a), Unidad, Tema, Conceptos, Estándares, Objetivos Instruccionales, Actividades (inicio, desarrollo y cierre), Estrategias educativas, Técnicas, Recursos, Evaluación.

Mapa conceptual: El mapa conceptual es un recurso esquemático usado para representar un conjunto de conceptos y sus relaciones, de una manera gráfica que facilita la organización y la comunicación. Se puede utilizar para representar la comprensión del estudiante sobre un contenido curricular específico. La relación entre los conceptos se establece mediante el uso de palabras conectoras.

Mapa curricular: Un mapa curricular es un manuscrito en el cual se cuenta la historia del currículo operacional. Con este mapa en mano los (las) maestros(as) u otro personal se convierten en editores al revisarlo y validarlo a la luz del contexto real de un escenario particular.

Medición: Es el proceso mediante el cual se asignan números a los atributos o características de objetos o eventos de acuerdo con unos criterios o indicadores claramente establecidos. La medición sirve de base o fundamento tanto del *assessment* como de la evaluación.

Método: Es el modo ordenado de proceder para lograr el aprendizaje de los estudiantes. Cada área académica tiene su propia metodología, la cual está descrita en los marcos curriculares de cada programa de estudio del DE.

Objetivos instruccionales: Aseveración que expresa la intención o propósito que se persigue a través de las actividades de enseñanza que lleva a cabo el (la) maestro(a)**.**

Los objetivos contestan la pregunta: ¿qué se espera que el estudiante logre?

- Se les llama objetivos operacionales cuando especifican la ejecución o comportamiento que los estudiantes han de demostrar como resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Dentro de los objetivos instruccionales podemos encontrar dos tipos de objetivos: los terminales y los capacitantes. El alcanzar un objetivo terminal dependerá siempre del logro de los objetivos capacitantes.
- El objetivo terminal es el que describe en términos observables los comportamientos totales identificados en los propósitos o las metas del tópico bajo estudio. Conocidos como generales.

Los ***objetivos capacitantes*** son los que permiten el logro de los objetivos terminales, ya que describen conductas específicas o pasos a realizarse para lograr los objetivos terminales. Conocidos como específicos.

Proceso: Es el camino para desarrollar una destreza. Un conjunto de procesos constituye una estrategia de aprendizaje. Es un componente dinámico y activo. Los procesos de enseñanza son particulares de cada materia de estudio. En el caso de ciencias los procesos son: observación, clasificación, comunicación, medición, uso de relaciones de espacio y tiempo, formulación de inferencias, predicción, interpretación de datos, formulación de definiciones operacionales, formulación de hipótesis, formulación de modelos y experimentación.

Proceso de enseñanza y aprendizaje: Es el proceso en el cual se consideran todas aquellas estrategias necesarias para lograr el aprendizaje del estudiante. En este proceso se considera la manera como el estudiante aprende, de forma que el maestro pueda seleccionar las estrategias más efectivas para lograr un aprendizaje auténtico.

Recursos: Conjunto de todos los medios que el (la) maestro(a) tenga disponible y planifique utilizar para llevar a cabo el proceso de enseñanza. Aquí se incluyen medios educativos como: libro, papel, marcadores, cartulinas, películas, CD, uso de procesador de palabras, opúsculos, *power point, software* e invitados especiales (conferenciantes). Equipos como: proyector con VCR o DVD, computadora, impresora, pizarra, calculadoras, proyector vertical o vídeo data, entre otros.

Técnicas instruccionales: Instrumento específico utilizado para enseñar la lección y así lograr los objetivos capacitantes. Algunas técnicas de *assessment* que a su vez son excelentes para explorar, conceptuar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes son: lista focalizada, organizadores gráficos, mapas de conceptos, poemas concretos, tirillas cómicas.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$+$	Adición
h	Altura
$\angle$	Ángulo
$F(x)$	Antiderivada de f(x)
A	Área
l	Arista, lado
b	Base
r	Coeficiente de correlación lineal
C	Combinación
$\sim A, \bar{A}$	Complemento de A
$\circ$	Composición de funciones
$\mathbb{C}$	Conjunto de números complejos
$\mathbb{Z}$	Conjunto de números enteros
$\mathbb{Z}^-$	Conjunto de números enteros negativos
$\mathbb{Z}^+$	Conjunto de números enteros positivos
$\mathbb{N}$	Conjunto de números naturales
$\mathbb{Q}$	Conjunto de números racionales
$\mathbb{R}$	Conjunto de números reales
$\emptyset$	Conjunto vacío
k	Constante
$\cos x$	Coseno
$\cot x$	Cotangente
$f', \frac{d}{dx}$	Derivada, respecto a x
s	Desviación estándar
DM	Desviación media
det	Determinante
dx	Diferencial de x
d	Distancia
$\neq$	Distinto
Dom	Dominio
a_{ij}	Elemento de una matriz
$\exists$	Existe
$!$	Factorial
$f(x)$	Función
$f^{-1}(x)$	Función inversa

$=$	Igual
$\rightarrow$	Implica
∞	Infinito
$\int f(x)$	Integral, de f(x)
$\cap$	Intersección
$\lim_{x \to a}$	Límite cuando x tiene de a a
$\lim_{x \to a^+}$	Límite cuando x tiene de a a por la derecha
$\lim_{x \to a^-}$	Límite cuando x tiene de a a por la izquierda
log_{10}	Logaritmo base 10
Ln	Logaritmo natural
$\pm$	Más ‘ menos
A^{-1}	Matriz inversa
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	Matriz 2 x 2
$Adj\ (A)$	Matriz Adjunta
A^T	Matriz Traspuesta
I_n	Matriz unidad
MCD	Máximo común divisor
$\geq$	Mayor o igual …
$>$	Mayor que…
$\bar{x}$	Media aritmética
M_e	Mediana
$\leq$	Menor o igual que…
$<$	Menor que…
mcm	Mínimo común múltiplo
M_o	Moda
$\|\|z\|\|, \|\|\vec{v}\|\|$	Módulo
$\times$	Multiplicación o producto
N	n-ésimo
$\nexists$	No existe
$\not\subset$	No incluido en…
$\notin$	No pertenece a …
e	Número e
π	Número pi
$\forall$	Para cualquier
$\parallel$	Paralela a

$\equiv$	Idéntico
P	Permutaciones
$P(x)$	Polinomio en x
P	Probabilidad del suceso A
$P(A\|B)$	Probabilidad condicionada
$P(x, y, z)$	Punto en el espacio
$P(x, y)$	Punto en el plano
$\sqrt{x}$	Raíz cuadrada
$\sqrt[n]{x}$	Raíz enésina
$\overrightarrow{AB}$	Rayo
$\overleftrightarrow{AB}$	Recta
-	Resta
$sec\ (x)$	Secante
$\overline{AB}$	Segmento
$sin\ (x)$	Seno
$\Leftrightarrow$	Si y solo si
$+$	Suma
S_n	Suma de n términos
Σ	Sumatoria
S	Superficie
S_b	Superficie de la base
S_l	Superficie lateral
$tan\ (x)$	Tangente
$\%$	Tanto por ciento
a_n	Término n-ésimo
i	Unidad imaginaria
$\cup$	Unión de conjuntos
$\|x\|$	Valor absoluto
VR	Variaciones
$\vec{v}$	Vector
V	Volumen

M	Pendiente
Α α	Alpha
Β β	Beta
Γ γ	Gama
Δ δ	Delta
Ε ε	Epsilon
Ζ ζ	Zeta
Η η	Eta
Θ θ	Theta
Ι ι	Oita
Κ κ	Kappa
Λ λ	Lambda
Μ μ	Mu
Ν ν	Nu
Ξ ξ	Xi
Ο ο	Omicron
Π π	Pi
Ρ ρ	Rho
Σ σ ς	Sigma
Τ τ	Tau
Υ υ	Upsilon
Φ φ	Phi
Χ χ	Chi
Ψ ψ	Psi
Ω ω	Omega
≈	semejante
≅	congruente

FÓRMULAS

Formulario

- **BINOMIO DE NEWTON**

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

Forma abreviada del Binomio de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{k=n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \qquad (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \qquad (x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x+y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x-y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

$$(x+y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \cdots + nxy^{n-1} + y^n$$

$$(x-y)^n = x^n - nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 - \cdots \pm nxy^{n-1} \mp y^n$$

- **COMBINATORIA**

Combinatoria con repetición

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Combinatorias ordinarias o sin repetición

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$$

Permutaciones con repetición

$$PR_n^{a,b,c,\ldots} = \frac{n!}{a!b!c!}$$

Permutaciones ordinarias o sin repetición

$$P_n = n!$$

Variaciones con repetición

$$VR_{m,n} = m^n$$

Permutaciones ordinarias o sin repetición

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

- **COMPLEJOS**

Número complejo en forma rectangular: $a + bi, donde\ i = \sqrt{-1}$
Número complejo en forma polar: $r_\alpha, (r, \alpha)$
Conjugado de un número complejo: $a + bi \rightarrow a - bi$
Opuesto de un número complejo: $a + bi \rightarrow -a - bi$

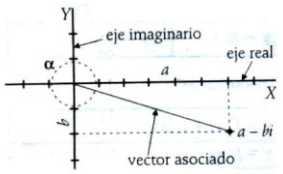
Operaciones en forma rectangular

Suma: $(\mathrm{a} + \mathrm{bi}) = (\mathrm{c} + \mathrm{di}) = (\mathrm{a} + \mathrm{c}) + (\mathrm{b} + \mathrm{d})\mathrm{i}$
Diferencia: $(\mathrm{a} + \mathrm{bi}) - (\mathrm{c} + \mathrm{di}) = (\mathrm{a} - \mathrm{c}) + (\mathrm{b} - \mathrm{d})\mathrm{i}$
Producto: $(\mathrm{a} + \mathrm{bi})(\mathrm{c} + \mathrm{di}) = \mathrm{ac} + \mathrm{adi} + \mathrm{cbi} + \mathrm{bdi}^2 = \mathrm{ac} + \mathrm{adi} + \mathrm{cbi} - \mathrm{bd}$
$= (\mathrm{ac} - \mathrm{bd}) + (\mathrm{ad} + \mathrm{cb})\mathrm{i}, \text{donde } \mathrm{i}^2 = -1$
Potencia: $(\mathrm{a} + \mathrm{bi})^{\mathrm{n}} = \sum_{\mathrm{k}=0}^{\mathrm{n}} \binom{\mathrm{n}}{\mathrm{k}} \mathrm{a}^{\mathrm{n}-1}\mathrm{b}^{\mathrm{k}}$
$= (\mathrm{a} + \mathrm{b})(\mathrm{a} + \mathrm{b}) \cdots (\mathrm{a} + \mathrm{b}), \text{no veces}$

Operaciones en forma polar

División: $\frac{r_\alpha}{p_\beta} = R_\gamma,\ donde\ R = \frac{r}{p}\ , y\ \gamma = \beta - \alpha$
Potencia: $(r_\alpha)^n = R, donde\ R = r^n\ y\ \gamma = n\alpha$
Producto: $r_\alpha p_\beta = R, donde\ R = rp\ y\ \gamma = \alpha + \beta$

Transformación de un número complejo

Forma rectangular a forma polar	*Forma polar a forma rectangular*	
Módulo: $m = \sqrt{a^2 + b^2}$	*Parte real:* $a = r\cos\alpha$	
Argumento: $\tan\alpha = \frac{b}{a}$	*Parte imaginaria:* $b = rsin\ \alpha$	

- ***CÓNICAS***

Elipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;\quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Hipérbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;\quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Circunferencia:

Ecuación general: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Ecuación canónica: $x^2 + y^2 = R^2$

Ecuación con centro $C(a, b)$ y radio R, $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- ***CUADRÁTICA***

Las soluciones de $p(x) = ax^2 + bx + c$, *para* $a \neq 0$, *es* $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Si $b^2 - 4ac > 0$, *entonces p(x) tiene dos soluciones reales diferentes.*
Si $b^2 - 4ac = 0$, *entonces p(x) tiene una solución única.*
Si $b^2 - 4ac < 0$, *entonces p(x) tiene dos soluciones complejas, no reales*.

- ***DERIVADAS***

Función	***Derivada***
$y = f(x)$	$y' = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
$y = \text{a, a es una constante}$	$y' = 0$
$y = \sqrt[n]{f}$	$\text{y}' = \frac{\text{f}'}{\text{n} \cdot \sqrt[\text{n}]{(\text{f})^{\text{n}-1}}}.$
$y = f \cdot g$	$\text{y}' = \text{f}' \cdot \text{g} + \text{g}' \cdot \text{f}.$
$y = \frac{f}{g}$	$\text{y}' = \frac{\text{f}' \cdot \text{g} - \text{g}' \cdot \text{f}}{\text{g}^2}.$
$\text{y} = \text{a} \cdot \text{x}^{\text{n}}$	$\text{y}' = \text{n} \cdot \text{a} \cdot \text{x}^{\text{n-1}}.$
$y = (f)^n$	$\text{y}' = \text{n} \cdot (\text{f})^{\text{n}-1} \cdot \text{f}'.$
$\text{y} = \ln(\text{x})$	$\text{y}' = \frac{1}{\text{x}}.$
$\text{y} = \ln(\text{f})$	$\text{y}' = \frac{\text{f}'}{\text{f}}.$
$y = \log_a(x)$	$\text{y}' = \frac{1}{\text{x}} \cdot \log_{\text{a}}(\text{e}).$
$y = \log_a(f)$	$\text{y}' = \frac{\text{f}'}{\text{f}} \cdot \log_{\text{a}}(\text{e}).$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln(a).$
$y = a^f$	$y' = f' \cdot a^f \cdot \ln(a).$
$y = e^x$	$\text{y}' = \text{e}^{\text{x}}.$
$y = e^f$	$\text{y}' = \text{f}' \cdot \text{e}^{\text{f}}.$
$y = sen\, x$	$\text{y}' = \cos \text{x}.$
$y = sen(f)$	$\text{y}' = \text{f}' \cdot \cos(\text{f}).$

Función	Derivada
$y = sen^n(f)$	$y' = n \cdot sen^{n-1}(f) \cdot f' \cdot \cos(f).$
$y = \cos\ x$	$y' = -senx$
$y = \cos(f)$	$y' = -f' \cdot sen(f).$
$y = \cos^n(f)$	$y' = -n \cdot \cos^{n-1}(f) \cdot f' \cdot sen(f).$
$y = \tan x$	$y' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x.$
$y = \tan(f)$	$y' = f' \sec^2 f = \frac{f'}{\cos^2(f)} = f' \cdot [1 + tg^2(f)].$
$y = \tan^n(f)$	$y' = n \cdot tg^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{\cos^2(f)}.$
$y = \cot gx$	$y' = \frac{-1}{sen^2 x} = -(1 + \cot g^2 x).$
$y = \cot g(f)$	$y' = \frac{-f'}{sen^2(f)}.$
$y = \cot g^n(f)$	$y' = -n \cdot \cot g^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{sen^2(f)}.$
$y = \sec x$	$y' = \sec x \cdot tgx.$
$y = \sec(f)$	$y' = f' \cdot \sec(f) \cdot tg(f).$
$y = \csc x$	$y' = -\cos ecx \cdot \cot gx.$
$y = \csc(f)$	$y' = -f' \cdot \cos ec(f) \cdot \cot g(f).$
$y = arcsenx$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$
$y = arcsen(f)$	$y' = \frac{f'}{\sqrt{1 - (f)^2}}.$
$y = \arccos x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}.$
$y = \arccos(f)$	$y' = \frac{-f'}{\sqrt{1 - (f)^2}}.$
$y = \arctan x$	$y' = \frac{1}{1 + x^2}.$
$y = \arctan(f)$	$y' = \frac{f'}{1 + (f)^2}.$
$y = arc\cot gx$	$y' = \frac{-1}{1 + x^2}.$
$y = arc\cot g(f)$	$y' = \frac{-f'}{1 + (f)^2}.$
$y = arc\sec x$	$y' = \frac{1}{\lvert x \rvert \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$

Función	Derivada
$y = arc\sec(f)$	$y' = \frac{f'}{\lvert f\rvert \cdot \sqrt{(f)^2 - 1}}.$
$y = arc\csc x$	$y' = \frac{-1}{\lvert x\rvert \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$
$y = arc\csc(f)$	$y' = \frac{-f'}{\lvert f\rvert \cdot \sqrt{(f)^2 - 1}}.$

- ***ESTADÍSTICA***

Estadística unidimensional

Medidas de tendencia central

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \cdots x_n n_n}{n_1 + n_{2+\ldots} + n_n} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$

$\bar{x} = \sum x_i f$

Mediana: $M_e = L_i + c\frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i}$

Moda: $M_o = L_i + c\frac{d}{d^- + d^+}$

Medidas de dispersión

Rango: $V_M - V_m, donde\ V_M es\ el\ valor\ mayor\ y\ V_m\ es\ el\ valor\ menor$

Desviación media: $DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$

Varianza: $s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$ o $s^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2$

Desviación estándar: $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$ o $s = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$

Coeficiente de variación de Pearson: $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100$

Estadística bidimensional

Coeficiente de correlación: $r = \frac{s_w}{s_x - s_y}$

Covarianza: $s_{xy} = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$ o $S_{xy} = \frac{\sum n_i x_i y_i}{N} - \bar{x}\bar{y}$

Recta de regresión: $y - \bar{y} = a(x - \bar{x}),\ \ donde\ a = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$

Distribución binomial

Función densidad: $f(x) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

Función de distribución: $F(k)=\sum_{k=0}^{k} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

Distribución normal

Función de densidad: $f(x_i) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)}$

Tipificación: $N(\bar{x}, s) \rightarrow N(1,0)$: $Z = \frac{x_i-\bar{z}}{s}$

Intervalos normales:

$$[\bar{x}-s, \bar{x}+s\,] \rightarrow p = 0.682$$
$$[\bar{x}-2s, \bar{x}+2s] \rightarrow p = 0.954$$
$$[\bar{x}-3s, \bar{x}+3s] \rightarrow p = 0.997$$

- **FIGURAS DEL PLANO**

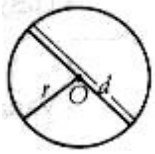
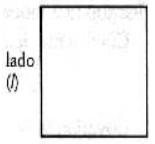
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
círculo	Área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.	Diámetro: $d = 2r$ Perímetro: $P = 2\pi r$ Área: A=πr^2	
circunferencia	Curva plana, cerrada, cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.	Diámetro: $d = 2r$ Longitud: $L = 2\pi r$	
corona circular	Figura plana formada por la región del plano comprendida entre dos circunferencias concéntricas.	Área: $A = \pi(R^2 - r^2)$	
cuadrado	Cuadrilátero regular formada por cuatro lados de igual longitud y por cuatro ángulos rectos.	Ángulo central: $\beta = 90°$ Ángulo interior: $\alpha = 90°$ Perímetro: $P = 4l$ Área: $A = l^2$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 360°$	

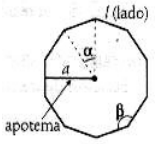
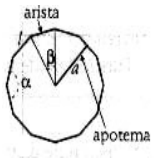
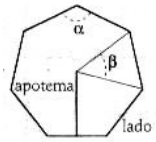
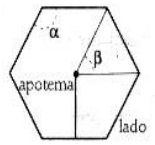
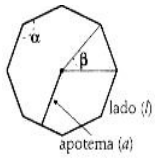
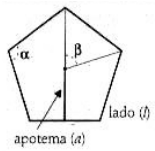
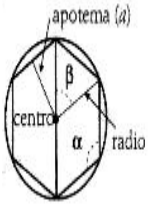
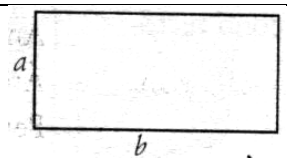
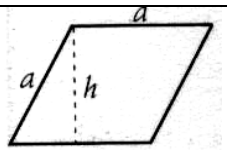
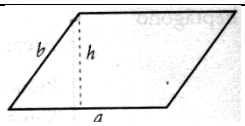
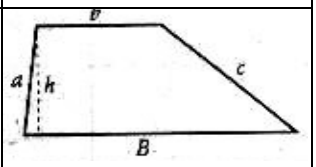
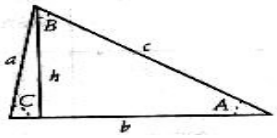
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
decágono	Polígono que tiene diez lados y diez ángulos	Ángulo central: $\beta = 36°$ Ángulo interior: $\alpha = 144°$ Perímetro: $P = 5al$ Área: $A = 10l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1440°$	
dodecágono	Polígono que tiene doce ángulos y doce lados.	Ángulo central: $\beta = 30°$ Ángulo interior: $\alpha = 150°$ Perímetro: $P = 6al$ Área: $A = 12l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1800°$	
heptágono	Polígono de siete ángulos y siete lados	Ángulo central: $\beta = \frac{360°}{7} = 51.43°$ Ángulo interior: $\alpha = \frac{900°}{7} = 128.57°$ Perímetro: $P = \frac{7al}{2}$ Área: $A = 7l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 900°$	
hexágono	Polígono de seis ángulos y seis lados	Ángulo central: $\beta = 60°$ Ángulo interior: $\alpha = 120°$ Perímetro: $P = 3al$ Área: $A = 6l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 720°$	
octágono	Polígono de ocho ángulos y ocho lados	Ángulo central: $\beta = 45°$ Ángulo interior: $\alpha = 135°$ Perímetro: $P = 4al$ Área: $A = 8l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1080°$	
pentágono	Polígono de cinco ángulos y cinco lados	Ángulo central: $\beta = 72°$ Ángulo interior: $\alpha = 108°$ Perímetro: $P = \frac{5al}{2}$ Área: $A = 5l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 540°$	
polígono regular	Polígono cuyos ángulos y lados tienen la misma medida.	Ángulo central: $\beta = \frac{360°}{n} = 51.43°$ Ángulo interior: $\alpha = \frac{180(n-2)°}{n}$ Perímetro: $P = nl$ Radio: $r = \sqrt{a^2 + \frac{l^2}{4}}$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 180°(n-2)$	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
rectángulo	Que tiene ángulos rectos. Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos.	Perímetro: $P = 2(a + b)$ Área: $A = ab$	
rombo	Paralelogramo que tiene los lados iguales y dos de sus ángulos mayores que los otros dos.	Perímetro: $P = 4a$ Área: $A = ah$	
romboide	Cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos entre sí.	Perímetro: $P = 2(a + b)$ Área: $A = ab$	
sector circular	Porción de círculo comprendida entre un arco y los dos radios que pasan por sus extremidades.	Área: $A = \frac{\pi r^2 a}{360}$ (a es grados) $A = \frac{\alpha r^2}{2}$ (α en radianes)	
trapecio	Cuadrilátero irregular que tiene paralelos solamente dos de sus lados.	Perímetro: $P = a = B + b + c$ Área: $A = \frac{(B+b)h}{2}$	
triángulo	Polígono de tres lados	Perímetro: $P = a + b + c$ Área: $A = \frac{bh}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $A = \frac{1}{2}absenC$	

- **FIGURAS DEL ESPACIO**

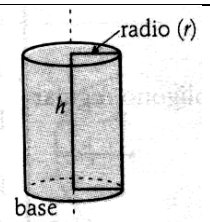
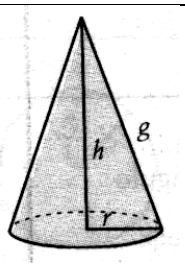
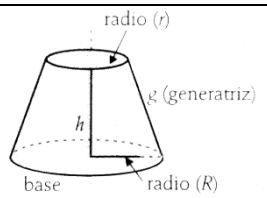
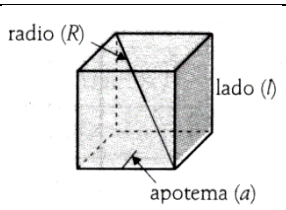
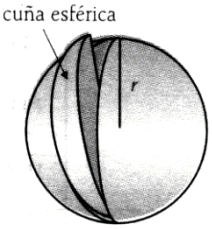
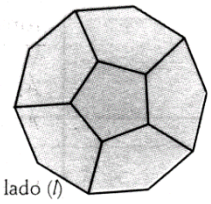
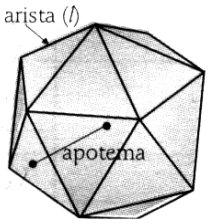
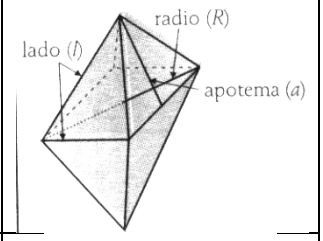
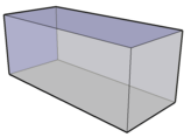
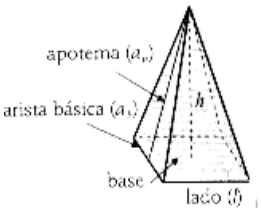
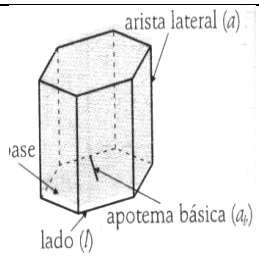
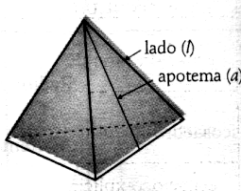
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cilindro	Cuerpo limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos planos que la cortan.	Área lateral: $A_l = 2\pi rh$ Área de base: $A_b = \pi r^2$ Área total: $A_t = 2\pi r(h + r)$ Volumen: $V = \pi r^2 h$	
cono recto	Cuerpo de revolución que se obtiene de la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos (el que determina el eje).	Área lateral: $A_l = \pi rg$ Área de base: $A_b = \pi r^2$ Área total: $A_t = \pi rg + \pi r^2$ $A_t = \pi r(g + r)$ Volumen: $V = \frac{1}{3}\pi r^2$	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cono truncado	Parte de un cono comprendida entre la base y otro plano que corta todas sus generatrices.	Área lateral: $A_l = \pi g(R + r)$ Área de base: $A_b = \pi R^2 + \pi r^2$ Área total: $A_t = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$ $A_t = \pi[g(R + r) + R^2]$ Volumen: $V = \frac{1}{3}\frac{\pi - h}{R - r}(R^3 - r^3)$ $V = \pi h(R^2 + Rh + h^2)$	
cubo o hexaedro	Sólido regular limitado por seis cuadrados iguales.	Radio: $R = l\frac{\sqrt{3}}{2}$ Apotema: $a = \frac{l}{2}$ Área: $A = 6l^2$ Volumen: $V = l^3$	
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cuña esférica	Parte de un esfera limitada por su superficie y por dos semicírculos máximos que comparten el miso diámetro.	Área: $A = \frac{4\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$ si α en grados $A = 2r^2\ \alpha$ si α en radianes Volumen: $V = \frac{\pi r^3 \alpha}{270^\circ}$ si α en grados $V = \frac{2r^3 \alpha}{3}$ si α en radianes	
dodecaedro	Sólido de doce caras. Aquel cuyas caras son pentágonos regulares.	Radio: $R = \frac{l\sqrt{6}}{2\sqrt{3-\sqrt{5}}}$ Apotema: $a = \frac{l\sqrt{25+11\sqrt{5}}}{\sqrt{40}}$ Área: $A = 3l^2\sqrt{25 + \sqrt{10\sqrt{5}}}$ Volumen: $V = \frac{5l^3}{6}\frac{\sqrt{7+3\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$	

icosaedro	Sólido limitado por 20 caras. Aquel cuyas caras son todos triángulos equiláteros iguales.	Radio: $R = \frac{l\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ Apotema: $a = \frac{l}{2} = \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$ Área: $A = 3l^2\sqrt{25+\sqrt{10\sqrt{5}}}$ Área: $V = 5l^2\sqrt{3}$ Volumen:$V = \frac{5l^3}{6}\sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$	
octaedro	Poliedro de ocho caras o planos.	Radio: $R = \frac{\sqrt{2}}{2}l$ Apotema: $a = \frac{\sqrt{6}}{6}l$ Área: $A = 2l\sqrt{3}$ Volumen:$V = \frac{\sqrt{2}}{3}l^3$	
ortoedro	Paralelepípedo cuyas caras forman ángulos diedros rectos.	Área: $A = 2(ab + bc + ac)$ Volumen: $V = abc$	
pirámide	Sólido que tiene por base un polígono cualquiera y cuyas caras, tantas en número como los lados de aquel son triángulos que se juntan en un solo punto llamado vértice.	Área lateral: $A_l = n\frac{(a_p)l}{2}$, n es el número de lados de la base Área total: $A_t = n\frac{(a_p+a_b)l}{2}$ Volumen: $V = \frac{1}{3}A_{base}h$	
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
prisma	Cuerpo limitado por dos polígonos planos, paralelos e iguales que se llaman bases, y por tanto paralelogramos cuantos lados tenga cada base. Si estas son triángulos, el **prisma** se llama triangular; si pentágonos, pentagonal, etc.	Área lateral: $A_l = nal$, n es el número de lados de la base Área total: $A_t = nl(a + a_b$ Volumen: $V = nla_b a$	

tetraedro	Sólido determinado por cuatro planos o caras. **Regular** es aquel cuyas caras son triángulos equiláteros.	Radio: $R = \frac{l}{2\sqrt{\frac{2}{3}}}$ Apotema: $a = \frac{l}{2\sqrt{6}}$ Área: $A = a^2\sqrt{3}$ Volumen:$V = \frac{l^3\sqrt{2}}{12}$	

- **GEOMETRÍA ANALÍTICA**

Ángulo plano-plano	$\cos\alpha = \frac{\lvert\overrightarrow{n_\pi} \cdot \overrightarrow{n_\omega}\rvert}{\lvert\overrightarrow{n_\pi}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{n_\omega}\rvert}$
Ángulo recta-recta	$\tan\alpha = \frac{m'}{1 + m \cdot m'}$ $\cos\alpha = \frac{\lvert\vec{u} \cdot \vec{v}\rvert}{\lvert u\rvert \cdot \lvert v\rvert}$
Ángulo vector-vector	$\cos\alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{v}\rvert}$
Distancia punto-punto	$dist(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $dist(P_1, P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
Distancia punto-plano	$dist(P, \pi) = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $dist(P, \pi) = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + cz_0 + d\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
Punto medio de un segmento	$M = \left(\frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2}\right)$ $\left(\frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2}, \frac{z_0 - z_1}{2}\right)$

Ecuación de una recta en el espacio	
Ecuación continua	$\frac{x - x_0}{v_x}, \frac{y - y_0}{v_y}, \frac{z - z_0}{v_z}$

Ecuaciones paramétricas	$x = x_0 + \lambda v_x$ $y = y_0 + \lambda v_y$ $z = z_0 + \lambda v_z$
Ecuación vectorial	$(x, y, z) = x_0 + y_0 + z_0 + \lambda(v_{x,}, v_y, v_z)$

Ecuación de una recta en el plano	
Ecuación canónica	$\frac{x}{l} + \frac{y}{p} = 1$
Ecuaciones continuas	$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$
Ecuación explícita	$y = ax + b$
Ecuación implícita	$Ax + By + C = 0$
Ecuaciones paramétricas	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda(x_1 - x_0) \\ y = y_0 + \lambda(y_1 - y_0) \end{cases}$ *o* $\begin{cases} x = x_0 + \lambda v_x \\ y = y_0 + \lambda v_y \end{cases}$
Ecuación punto-pendiente	$y - y_0 = m(x - x_0)$

Ecuación del plano (en el espacio)	
Ecuación implícita	$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ $\begin{vmatrix} u_x & v_x & x - x_0 \\ u_y & v_y & y - y_0 \\ u_z & v_z & z - z_0 \end{vmatrix} = 0$
Ecuaciones paramétricas	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda u_x + \mu v_x \\ y = y_0 + \lambda u_y + \mu v_y \\ z = z_0 + \lambda u_z + \mu v_z \end{cases}$

- INTEGRALES

$$\int a dx = a \int dx = ax + C.$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si} \quad n \neq -1.$$

$$\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si} \quad n \neq -1.$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln [f(x)] + C.$$

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

$$\int e^{f(x)} f'(x)\, dx = e^{f(x)} + C.$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + C, \quad si \quad a > 0, \quad a \neq 1.$$

$$\int sen\, x dx = -\cos x + C.$$

$$\int sen[f(x)]\, f'(x)\, dx = -\cos [f(x)] + C.$$

$$\int \cos x dx = \text{sen}\, x + C.$$

$$\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \text{sen}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\cos^2[f(x)]} dx = \tan[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2[f(x)]} dx = -\text{cotg}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \text{arcsen}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \arccos[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \arctan[f(x)] + C.$$

$$\int \tan\, x\, dx = -\ln(\cos x) + C.$$

$$\int \cot g x dx = \ln\, (sen x) + C.$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan\, x + C.$$

$$\int \csc^2 x dx = -\cot gx + C.$$

$$\int \sec x \tan x \, dx = \sec x + C.$$

$$\int \mathrm{cosecx cotgx dx} = -\mathrm{cosecx} + \mathrm{C}.$$

$$\int \frac{\mathrm{senx}}{\cos^2 \mathrm{x}} \mathrm{dx} = \mathrm{sec\,x} + \mathrm{C}.$$

$$\int \frac{\cos \mathrm{x}}{\mathrm{sen}^2 \mathrm{x}} \mathrm{dx} = -\mathrm{cosecx} + \mathrm{C}.$$

$$\int \frac{f'(x)dx}{\sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} = \ln\left[f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 - a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)dx}{\sqrt{[f(x)]^2 + a^2}} = \ln\left[f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 + a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{x}\sqrt{\mathrm{x}^2 - 1}} = \mathrm{arc\,sec\,x} + \mathrm{C}.$$

$$\int \frac{\mathrm{f'(x)dx}}{\mathrm{f(x)}\sqrt{[\mathrm{f(x)}]^2 - \mathrm{a}^2}} = \frac{1}{\mathrm{a}} \mathrm{arc\,sec} \frac{\mathrm{f(x)}}{\mathrm{a}} + \mathrm{C}.$$

$$\int \frac{-\mathrm{dx}}{\mathrm{x}\sqrt{\mathrm{x}^2 - 1}} = \mathrm{arccosecx} + \mathrm{C}.$$

- ***LOGARITMOS***

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^r = r \log_a M$$

$$\log_a M = \frac{\log M}{\log a} = \frac{\ln M}{\ln a}$$

- **POTENCIAS**

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\qquad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $\qquad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

$(a^n)^m = a^{nm}$ $\qquad a^1 = a$

$a^0 = 1, para\ a \neq 0$

- **PROBABILIDAD**

Teorema de Laplace: $P = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$

Probabilidad de la Intersección

Eventos independientes: $p(A_i \cap B) = p(A_i)p(B)$

Eventos dependientes: $P(A \cap B) = p(A)p\left(\frac{B}{A}\right)$

Probabilidad condicionada: $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}, para\ P(A) \neq 0$

Probabilidad de la unión:

Eventos incompatibles: $p(A \cup B) = p(A) + P(B)$

Eventos compatibles: $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Probabilidad del evento contrario: $q = 1 - p$, *si p y q son las probabilidades de los eventos contrarios.*

Probabilidad total: $P(B) = p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + p(A_2)p\left(\frac{B}{A_2}\right) + \cdots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)$

Teorema de Bayes: $p\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{p(A_i) \cdot p\left(\frac{B}{A_i}\right)}{p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + \cdots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)}$

- ***RADICALES***

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \qquad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \sqrt[n]{a^{mp}} \qquad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m} \qquad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

- ***SUCESIONES***

Sucesión aritmética
$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_q = a_p + (q-p)d$
$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
$d = \frac{b-a}{p+1}$

Sucesión aritmética
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$a_q = a_p \cdot r^{q-r}$
$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$
$S = \frac{a_n \cdot r - a_i}{r-1}$ $S = a_1 \frac{r^n - 1}{r-1}$
$r = \sqrt[p+1]{\frac{b}{a}}$
Sucesión geométrica limitada
$S = \frac{a_1}{1-r}$

- ***TRIGONOMETRÍA***

Definiciones

$$\sin\theta = \frac{opuesto}{hipotenusa} \qquad \csc\theta = \frac{hipotenusa}{opuesto}$$

$$\cos\theta = \frac{adyacente}{hipotenusa} \qquad \sec\theta = \frac{hipotenusa}{adyacente}$$

$$\tan\theta = \frac{opuesto}{adyacente} \qquad \cot\theta = \frac{adyacente}{opuesto}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} \qquad \csc\theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \qquad \sec\theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y}$$

Razones trigonométricas

	0°	*30°*	*45°*	*60°*	*90°*	*180°*
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0

Identidades

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc x} \qquad \sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \qquad \cos x = \frac{1}{\sec x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad 1 + \tan^2 x = \sec^2 x \qquad 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

Doble ángulo

$$\sin 2u = 2\sin u \cos u$$

$$\cos 2u = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$\cos 2u = 2\cos^2 u - 1$$

$$\cos 2u = 1 - 2\sin^2 u$$

$$\tan 2u = \frac{2tan\, u}{1 - \tan^2 u}$$

Potencia

$$sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{1 + \cos 2u}$$

Producto a suma

$$\sin u \ \sin v = \frac{1}{2}[\cos(u-v) - \cos(u+v)]$$

$$\cos u \ \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u-v) + \cos(u+v)]$$

$$\sin u \ \cos v = \frac{1}{2}[\sin(u+v) + \sin(u-v)]$$

$$\cos u \ \sin v = \frac{1}{2}[\sin(u+v) - \sin(u-v)]$$

Suma y diferencia

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$
$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$
$$\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$$

Suma a producto

$$\sin u + \sin v = 2\sin\left(\frac{u+v}{2}\right)\cos\left(\frac{u-v}{2}\right)$$

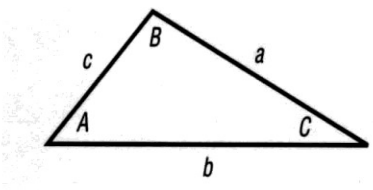
$$\sin u - \sin v = 2\cos\left(\frac{u+v}{2}\right)\sin\left(\frac{u-v}{2}\right)$$

$$\cos u + \cos v = 2\cos\left(\frac{u+v}{2}\right)\cos\left(\frac{u-v}{2}\right)$$

$$\cos u - \cos v = -2\sin\left(\frac{u+v}{2}\right)\sin\left(\frac{u-v}{2}\right)$$

Ley de Seno

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



Ley de Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

- ***VECTORES***

Módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Argumento: $\alpha = arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

Operaciones

Suma: $\vec{u} + \vec{v} = (u_x, u_y) + (v_x, u_y) = (u_x + v_x, u_y + u_y)$

Resta: $\vec{u} - \vec{v} = (u_x, u_y) - (v_x, v_y) = (u_x - v_x, u_y - v_y)$

Producto de un vector por un escalar: $k \cdot \vec{v} = k \cdot (v_x, v_y) = (kv_x, kv_y)$

Producto escalar: $\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_x, u_y) \cdot (v_x, u_y) = (u_x \cdot v_x) + (u_y \cdot v_y)$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \alpha$

Producto cruz: $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$, *donde* $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ *constituyen la base*

POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS

Postulados, teoremas y corolarios

Postulado 1: Postulado de la regla- Los puntos de una recta cualquiera pueden aparearse con números reales de modo que dados dos puntos cualesquiera P y Q en la recta, P corresponde a cero y Q corresponde a un número positivo.

Postulado 2: Postulado de la adición de segmentos- Si Q está entre P y R, entonces

$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR}.$. Si $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR}$. Entonces Q está entre P y R.

Postulado 3: Postulado del transportador- Dado AB y un número r entre 0 y 180, hay exactamente un rayo con extremo A, extendiéndose sobre el lado AB, tal que la medida del ángulo formado es r.

Postulado 4: Postulado de la adición de ángulos- Si R está en el interior del ∠PQS, entonces m∠PQR + m∠RQS = m∠PQS. Si m∠PQR + m∠RQS = m∠PQS, entonces R está en el interior de ∠PQS.

Teorema 1: Teorema del punto medio: Si M es el punto medio de $\overline{AB}$ entonces $\overline{AM}$ = $\overline{AB}$.

Postulado 4: Por dos puntos pasa exactamente una recta.

Postulado 5: Por cualesquiera tres puntos que no están en la misma recta, hay exactamente un plano.

Postulado 6: Una recta contiene por lo menos dos puntos.

Postulado 7: Un plano contiene por lo menos tres puntos, no todos en la misma recta.

Postulado 8: Si dos puntos están en un plano, entonces la recta que los contiene también está en el plano.

Postulado 9: Si dos planos se intersecan, su intersección es una recta.

Teorema 2: La congruencia de segmentos es reflexiva, simétrica y transitiva.

Teorema 3: Teorema del suplemento- Si dos ángulos forman un par lineal, entonces son suplementarios.

Teorema 4: La congruencia de ángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

Teorema 5: Los ángulos suplementarios del mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.

Teorema 6: Los ángulos complementarios de un mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.

Teorema 7: Todos los ángulos rectos son congruentes.

Teorema 8: Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

Teorema 9: Las rectas perpendiculares se intersecan para formar cuatro ángulos rectos.

Postulado 10: Postulado de ángulos correspondientes- Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos correspondientes es congruente.

Teorema 10: Teorema de ángulos alternos internos- Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos internos es congruente.

Teorema 11: Teorema de ángulos interiores consecutivos- Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos consecutivos interiores es congruente.

Teorema 12: Teorema de ángulos alternos externos- Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos externos son congruentes entre sí.

Teorema 13: Teorema de la transversal perpendicular- En un plano, si una recta es perpendicular a una de dos rectas paralelas, entonces es perpendicular a la otra.

Postulado 11: Dos rectas no verticales tienen la misma pendiente si y solo si son paralelas.

Postulado 12: Dos rectas no verticales son perpendiculares, si y solo si el producto de sus pendientes es – 1.

Postulado 13: Si dos rectas en un plano son cortadas por una trasversal, entonces, de tal manera que sus ángulos correspondientes son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

Postulado 14: Postulado de las paralelas- Si hay recta y un punto fuera de ella, entonces, existe exactamente una recta que pasa por el punto y es paralela a la recta dada.

Teorema 14: Si dos rectas en un plano son cortadas por una trasversal de tal manera que un par de ángulos alternos externos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.

Teorema 15: Si dos rectas en un plano son cortadas por una trasversal de tal manera que un par de ángulos interiores consecutivos son suplementarios, entonces las rectas son paralelas.

Teorema 16: Si dos rectas en un plano son cortadas por una trasversal, de tal manera que un par de ángulos alternos internos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.

Teorema 17: En un plano, si una recta es perpendicular a las mismas rectas, entonces esas rectas son paralelas.

Teorema 18: Teorema de la suma de los ángulos- La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180.

Teorema 19: Teorema del tercer ángulo- Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de un segundo triángulo, entonces el tercer ángulo de cada triángulo es congruente.

Teorema 20: Teorema del ángulo exterior- La medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interior o interiores no adyacentes.

Corolario 1: Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.

Corolario 2: Puede existir a lo sumo un ángulo recto o un ángulo obtuso en un triángulo.

Teorema 21: La congruencia de triángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

Postulado 15: Postulado LLL- Si los lados de un triángulo son congruentes con los lados de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Postulado 16: Postulado LAL- Si los lados y el ángulo incluido de un triángulo son congruentes a dos lados y al ángulo incluido de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Postulado 17: Postulado ALA- Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes con dos ángulos y el lado incluido de otro triángulo, los triángulos son congruentes.

Teorema 22 AAL: Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes a los correspondientes dos ángulos y al lado de un segundo triángulo, los dos triángulos son congruentes.

Teorema 23, Teorema del triángulo isósceles- Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a esos lados son congruentes.

Teorema 24: Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces los lados opuestos a esos ángulos también son congruentes.

Corolario 3: Un triángulo es equilátero si y solo si es equiángulo.

Corolario 4: Cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60 grados.

Teorema 25: Cualquier punto sobre un bisector perpendicular de un segmento es equidistante de los puntos extremos del segmento.

Teorema 26: Cualquier punto equidistante de los extremos de un segmento pertenece a la mediatriz o bisector perpendicular del segmento.

Teorema 27: Cualquier punto sobre la bisectriz de un ángulo es equidistante de los lados del ángulo.

Teorema 28: Cualquier punto sobre o en el interior de un ángulo y equidistante de los lados de un ángulo, está sobre la bisectriz del ángulo.

Teorema 29: LL- Si los catetos de un triángulo rectángulo son congruentes con los correspondientes catetos de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Teorema 30: HA- Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes a la hipotenusa y al ángulo agudo correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.

Teorema 31: CA- Si los catetos y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes al correspondiente cateto y ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Postulado 18: HC- Si la hipotenusa y el cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y el correspondiente cateto de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

Teorema 32: Teorema de la desigualdad del ángulo exterior- Si un ángulo es un ángulo exterior de un triángulo, entonces su medida es mayor que la medida de cualquiera de los correspondientes ángulos internos no adyacentes.

Teorema 33: Si un lado de un triángulo es más largo que otro de sus lados, entonces el ángulo opuesto al lado más largo tiene una medida mayor que el ángulo opuesto al lado más corto.

Teorema 34: Si un ángulo de un triángulo tiene una medida mayor que otro ángulo, entonces el lado opuesto al ángulo mayor es mayor que el lado opuesto al ángulo menor.

Teorema 35: El segmento perpendicular desde un punto a una línea es el segmento más corto desde el punto hasta la línea.

Corolario 5: El segmento perpendicular desde un punto a un plano es el segmento más corto desde el punto hasta el plano.

Teorema 36: Teorema de la desigualdad triangular- La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.

Teorema 37: Desigualdad LAL (Teorema de la bisagra)- Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el ángulo incluido en un triángulo es mayor que el ángulo incluido en el otro, entonces el tercer lado del primer triángulo es más grande que el tercer lado del segundo triángulo.

Teorema 38: Desigualdad LLL- Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el tercer lado de un triángulo es más largo que el tercer lado del otro, entonces el ángulo entre el par de lados congruentes en el primer triángulo es mayor que el ángulo correspondiente en el segundo triángulo.

Teorema 39: Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.

Teorema 40: Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.

Teorema 41: Los ángulos consecutivos en un paralelogramo son suplementarios.

Teorema 42: Las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente.

Teorema 43: Si ambos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Teorema 44: Si ambos pares de ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Teorema 45: Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan mutuamente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Teorema 46: Si un par de lados opuestos de un cuadrilátero son al mismo tiempo paralelo y congruente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Teorema 47: Si un paralelogramo es un rectángulo, entonces sus diagonales son congruentes.

Teorema 48: Si las diagonales de un paralelogramo son congruentes, entonces el paralelogramo es un rectángulo.

Teorema 49: Las diagonales de un rombo son perpendiculares.

Teorema 50: Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces el paralelogramo es un rombo.

Teorema 51: Cada diagonal de un rombo biseca un par de ángulos opuestos.

Teorema 52: Los ángulos de la base de un trapecio isósceles son congruentes.

Teorema 53: Las diagonales de un trapecio isósceles son congruentes.

Teorema 54: La mediana de un trapecio es paralela a las bases y su medida es la mitad de la suma de las medidas de las bases.

Postulado 19: Semejanza AA- Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.

Teorema 55: Semejanza LLL- Si las medidas de los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.

Teorema 56: Semejanza LAL- Si las medidas de dos lados de un triángulo son proporcionales a las medidas de dos lados correspondientes de otro triángulo y los ángulos correspondientes entre estos lados son congruentes, entonces los triángulos son semejantes.

Teorema 57: La semejanza de triángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.

Teorema 58: Proporcionalidad en el triángulo- Si una recta es paralela a un lado de un triángulo y corta los otros dos lados en dos puntos diferentes, entonces divide estos lados en segmentos de longitudes proporcionales.

Teorema 59: Si una recta corta dos lados de un triángulo y determina sobre dichos lados segmentos correspondientes de longitudes proporcionales, entonces la recta es paralela al tercer lado.

Teorema 60: Un segmento cuyos puntos extremos son los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado de un triángulo, y su longitud es un medio de la longitud del tercer lado.

Corolario 6: Si tres o más rectas paralelas cortan dos transversales, entonces los segmentos determinados sobre las transversales son proporcionales.

Corolario 7: Si tres o más paralelas cortan segmentos congruentes en una transversal, entonces estas cortan segmentos congruentes en todas las transversales.

Teorema 61: Perímetros proporcionales- Si dos triángulos son semejantes, entonces sus perímetros son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

Teorema 62: Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las alturas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

Teorema 63: Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de los correspondientes ángulos bisectores de los triángulos son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

Teorema 64: Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las medianas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

Teorema 65: Teorema del ángulo bisector- Un ángulo bisector en un triángulo separa el lado opuesto en segmentos que tienen la misma razón que los dos lados.

Teorema 66: Si se traza la altura desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo hasta su hipotenusa, entonces los dos triángulos que se forman son semejantes con el triángulo dado y también entre ellos.

Teorema 67: La medida de la altura trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo a su hipotenusa es la media geométrica entre las medidas de los dos segmentos que se determinan en la hipotenusa.

Teorema 68: Si se traza la altura hasta la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces la medida de un cateto del triángulo es la media geométrica entre las medidas de la hipotenusa y la del segmento de la hipotenusa adyacente a este cateto.

Teorema 69: Teorema de Pitágoras- En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.

Teorema 70: Recíproca del teorema de Pitágoras- Si la suma de los cuadrados de las medidas de dos lados de un triángulo es igual al cuadrado de la medida del lado más largo, entonces el triángulo es rectángulo.

Teorema 71: En un triángulo de $45^0 – 45^0 - 90^0$, la hipotenusa es igual a $\sqrt{2}$ multiplicado por la longitud de un cateto.

Teorema 72: En un triángulo de $30^0 – 60^0 - 90^0$, la hipotenusa tiene longitud igual al doble de la longitud del cateto más corto, y el cateto más largo tiene una longitud igual a la del lado más corto multiplicada por $\sqrt{3}$.

Postulado 20: Postulado de la adición de arco- La medida de un arco formado por dos arcos adyacentes es la suma de las medidas de los dos arcos. O sea que si Q es un punto PR, entonces

$$m\overset{\frown}{PQ} + m\overset{\frown}{QR} = m\overset{\frown}{PQR}.$$

Teorema 73: En un círculo o en círculos congruentes, dos arcos menores son congruentes si y solo si sus cuerdas correspondientes son congruentes.

Teorema 74: En un círculo, si un diámetro es perpendicular a una cuerda, entonces biseca la cuerda y su arco.

Teorema 75: En un círculo o en círculos congruentes, dos cuerdas son congruentes si, y solamente si, son equidistantes del centro.

Teorema 76: Si un ángulo está inscrito en un círculo, entonces la medida del ángulo es igual a la mitad de la medida de su arco intersecado.

Teorema 77: Si dos ángulos inscritos de un círculo o de círculo congruentes intersecan arcos congruentes, o el mismo arco, entonces los ángulos son congruentes.

Teorema 78: Si dos ángulos inscritos de un círculo intersecan un semicírculo, entonces el ángulo es recto.

Teorema 79: Si un cuadrilátero está inscrito en un círculo, entonces los ángulos opuestos son suplementarios.

Teorema 80: Si una recta es tangente a un círculo, entonces es perpendicular al radio trazado al punto de tangencia.

Teorema 81: Si en un plano, una recta es perpendicular a un radio de un círculo, en el extremo que está en el círculo, entonces la recta es tangente al círculo.

Teorema 82: Si dos segmentos trazados desde el mismo punto exterior son tangentes a un círculo, entonces son congruentes.

Teorema 83: Si una secante y una tangente se intersecan en el punto de tangencia, entonces la medida de cada ángulo formado es igual a la mitad de la medida del arco intersecado.

Teorema 84: Si dos secantes se intersecan en el interior de un círculo, entonces la medida de un ángulo formado es la mitad de la suma de las medidas de los arcos intersecados por el ángulo y su ángulo vertical.

Teorema 85: Si dos secantes, una secante y una tangente, o dos tangentes se intersecan en el exterior de un círculo, entonces la medida del ángulo formado es la mitad de la diferencia positiva entre las medidas de los arcos intersecados.

Teorema 86: Si dos cuerdas se intersecan en un círculo, entonces los productos de las medidas de los segmentos de las cuerdas son iguales.

Teorema 87: Si se trazan dos segmentos secantes a un círculo desde un punto exterior, entonces el producto de las medidas de un segmento y su segmento secante externo es igual al producto de las medidas de los otros segmentos secantes y su segmento secante externo.

Teorema 88: Si se trazan un segmento tangente y uno secante a un círculo desde un punto exterior, entonces el cuadrado de la medida del segmento tangente es igual al producto de las medidas del segmento secante y su segmento secante externo.

Teorema 89: Teorema de suma de ángulos interiores- Si un polígono convexo tiene n lados y S es la suma de las medidas de los ángulos interiores, entonces S =m 180 (n -2).

Teorema 90: Teorema de suma de ángulos exteriores- Si un polígono convexo, entonces la suma de las medidas de los ángulos exteriores, uno en cada vértice, es 360˚.

Postulado 21: El área de una región es la suma de las áreas de todas sus partes, con la condición de que ellas no se traslapen.

Postulado 22: Las figuras congruentes tienen igual área.

Postulado 23: Postulado de probabilidad de longitud- Si se escoge al azar un punto

del $\overline{AB}$ y C está entre Ay B , entonces la probabilidad de que el punto esté en AC es $= \frac{longitud\ de\ \overline{AC}}{longitud\ de\ AB}$.

Postulado 24: Postulado de probabilidad de área:

Si se escoge al azar un punto en la región A, entonces la probabilidad de que el punto esté en la región B, contenida en la región A, $\frac{área\ de\ la\ región\ B}{área\ de\ la\ región\ A}$

Teorema 91: Si dos sólidos son similares con un factor de escala de α :b, entonces las áreas de superficie tienen una razón α^2:b^2 y los volúmenes tienen una razón α^3:b^3.

Teorema 92: Forma pendiente-intercepto- Si la ecuación de una recta se escribe en la forma y = mx + b, entonces m es la pendiente de la recta y b es el intercepto en y.

Teorema 93: Dados dos puntos A(x_1, y_1, z_1) y B(x_2, y_2, z_2) en el espacio, la distancia entre A y B está dada por la siguiente ecuación:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

Postulado 25: En una rotación dada, si A es la preimagen, P es la imagen y W es el centro de rotación, entonces la medida del ángulo de rotación $\angle$AWP es dos veces la

Teorema 94: Si una dilatación con centro en C y factor de conversión k envía A a E y B a D, entonces $\overline{ED}$ = k(AB).